

ΦΥΛΛΑΔΙΟ 4

ΜΑΘΗΜΑ: Άλγεβρα

ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΥΛΗ: Συστήματα

Το φυλλάδιο και τις λύσεις των ασκήσεων θα τα βρείτε στο math-gr.blogspot.com

1. Να λύσετε τα συστήματα: **i)**
$$\begin{cases} x + 3\psi = 2 \\ 5x - 3\psi = 10 \end{cases}$$
 ii)
$$\begin{cases} \psi = 2 - 4x \\ 3x + 2\psi = -1 \end{cases}$$
 iii)
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{\psi}{3} = 7 \\ \frac{x}{6} + \frac{\psi}{4} = 4 \end{cases}$$

2. Να λύσετε τα συστήματα: **i)**
$$\begin{cases} 2(3x - \psi) - 5(x + 3\psi) = \frac{1}{2}x \\ \frac{x-1}{3} - \frac{4-2\psi}{5} = 0 \end{cases}$$
 ii)
$$\begin{cases} 0,3x + 0,7\psi = 1 \\ 0,5x + 1,3\psi = 1,8 \end{cases}$$

3. Να λύσετε τα συστήματα: **i)**
$$\begin{cases} 3x - 2\psi = 5 \\ 6x - 4\psi = 5 \end{cases}$$
 ii)
$$\begin{cases} x - 3\psi = 7 \\ -3x + 9\psi = -21 \end{cases}$$
 iii)
$$\begin{cases} \frac{x + \psi - 3}{2} = \frac{3x - 2\psi + 1}{5} \\ -0,2x + 1,8\psi = 3,4 \end{cases}$$

4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία

i) A(2, 3) και B(-5, 10), **ii)** A $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right)$ και B $\left(-3, \frac{1}{5}\right)$

5. Να βρείτε τα α και β ώστε το σύστημα
$$\begin{cases} \alpha x + \beta \psi = 6 \\ (a + 2)x - (\beta - 2)\psi = a - 5\beta + 1 \end{cases}$$
 να έχει λύση το ζεύγος $(x, \psi) = (-2, 3)$.

6. Να λύσετε τα συστήματα: **i)**
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{3}{\psi} = 5 \\ \frac{3}{x} - \frac{7}{\psi} = -17 \end{cases}$$
 ii)
$$\begin{cases} \frac{2}{x-1} + \frac{3}{\psi+2} = -5 \\ \frac{5}{x-1} - \frac{7}{\psi+2} = 31 \end{cases}$$
 iii)
$$\begin{cases} \sqrt{a} - 3\sqrt{\beta} = 1 \\ 5\sqrt{a} - 8\sqrt{\beta} = 12 \end{cases}$$

7. Να λύσετε τα συστήματα: **i)**
$$\begin{cases} 2x^2 - 3y^2 = -7 \\ x^2 + 5y^2 = 16 \end{cases}$$
 ii)
$$\begin{cases} x^2 + y^3 = 12 \\ 2y^3 - 4x^2 = 0 \end{cases}$$
 iii)

$$\begin{cases} |x-1| + |2y+1| = 0 \\ 3x + 4y = 10 \end{cases}$$

8. Ένα ξενοδοχείο διαθέτει 42 δίκλινα και τρίκλινα δωμάτια, στα οποία υπάρχουν 98 κρεβάτια. Να βρείτε πόσα είναι τα δίκλινα και πόσα τα τρίκλινα δωμάτια.

9. Για να παρασκευάσουμε διάλυμα 220g ενός οξέος περιεκτικότητας 10% αναμειγνύουμε διάλυμα του οξέος αυτού περιεκτικότητας 7% και 12%. Να βρείτε πόσα κιλά του οξέος από κάθε διάλυμα πρέπει να χρησιμοποιούμε.

10. Να βρεθεί διψήφιος αριθμός του οποίου το άθροισμα των ψηφίων είναι 12 και αν εναλλάξουμε την θέση των ψηφίων του προκύπτει αριθμός κατά 36 μικρότερος.

11. Αν ο Μέγας Αλέξανδρος πέθανε 9 χρόνια αργότερα θα βασίλευε το μισό της ζωής του, ενώ αν πέθαινε 9 χρόνια νωρίτερα θα βασίλευε το $\frac{1}{8}$ της ζωής του. Πόσα χρόνια έζησε και πόσα βασίλευσε ο Μέγας Αλέξανδρος;

12. Να βρείτε τα λ και μ ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με $f(x) = \frac{\lambda x + \mu}{x^2 + 1}$ να διέρχεται από τα σημεία $A\left(1, -\frac{5}{2}\right)$ και $B(-2, 2)$. Μετά να αποδείξετε ότι η f είναι περιττή συνάρτηση.

13. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 4|x-2| + |y-1| = 5 \\ 4x - 3y = 6 \end{cases}$$

14. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} |x| - 2y = 2 \\ |y| + x = 5 \end{cases}$$

15. Να λύσετε τις εξισώσεις: **i)** $\begin{vmatrix} a & a-2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 0$, **ii)** $\begin{vmatrix} \lambda & \lambda+2 \\ 1 & \lambda \end{vmatrix} = 0$, **iii)** $\begin{vmatrix} x^2-1 & (x-1)^2 \\ x+1 & 2x-1 \end{vmatrix} = 0$.

16. Με τη βοήθεια των οριζουσών να λύσετε τα συστήματα:

i)
$$\begin{cases} (2-\sqrt{3})x + (2+\sqrt{3})y = 2 \\ \sqrt{3}x - (4-3\sqrt{3})y = 12\sqrt{3} - 14 \end{cases}$$
 ii)
$$\begin{cases} \sqrt{2x} + \sqrt[3]{4y} = 4 \\ (1-2\sqrt{2})y + 2\sqrt[3]{2x} = \sqrt[3]{2} \end{cases}$$

17. Να λύσετε τα συστήματα: **i)** $\begin{cases} x + \lambda^2 \psi = 2 \\ x + \psi = 2\lambda \end{cases}$ **ii)** $\begin{cases} (\mu + 1)x - 2y = \mu \\ \mu x - \mu y = 2\mu - \frac{3}{2} \end{cases}$ **iii)**

$$\begin{cases} (\lambda - 1)x - y = 2 \\ x + (\lambda + 1)y = 2 \end{cases}$$

18. Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό λ το σύστημα $\begin{cases} (\lambda + 2)x - 3y = 2\lambda + 3 \\ x + \lambda y = 3 \end{cases}$ έχει μία λύση (x_o, ψ_o) . Να βρείτε τη λύση αυτή, αν είναι γνωστό ότι $x_o + 3\psi_o = 7$

19. Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} (\lambda - 1)x + 2\lambda y = 2 \\ 2\lambda x + (\lambda - 1)y = \lambda - 1 \end{cases}$

20. Να βρείτε τα λ και μ ώστε το σύστημα $\begin{cases} (2\lambda - 3)x + (\mu + 4)y = 1 \\ 2x + 3\lambda y = 2 \end{cases}$ να έχει άπειρες λύσεις, τις οποίες να βρείτε.

21. Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} (a - \beta)x + (a + \beta)\psi = a \\ (a^2 - \beta^2)x + (a^2 + \beta^2)\psi = a^2 \end{cases}$

22. Να λύσετε τα συστήματα: **i)** $\begin{cases} x + \psi + \omega = 0 \\ 2x - 3\psi + 5\omega = 5 \\ 3x + 5\psi - 7\omega = -2 \end{cases}$ **ii)** $\begin{cases} 2x + 3\psi - 5\omega = 18 \\ 8\psi + 7\omega = 17 \\ 5x - 9\omega = 19 \end{cases}$ **iii)**

$$\begin{cases} 2x + 3\psi + 5\omega = 3 \\ -x + 6\psi - 10\omega = -\frac{1}{2} \\ 4x - 9\psi + \omega = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

23. Να λύσετε τα συστήματα: **i)** $\begin{cases} 2x - 3\psi = 1 \\ 3\psi + 5\omega = 7 \\ 2x + 5\omega = 11 \end{cases}$ **ii)** $\begin{cases} 2x + 3\psi - 7\omega = 13 \\ 5x - \psi + 2\omega = -17 \\ -7x - 2\psi + 5\omega = 30 \end{cases}$

24. Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} 2a - 5\beta + 3\gamma = 0 \\ 3a + \beta + \gamma = 0 \\ a + 6\beta - 2\gamma = 0 \end{cases}$