

# Φύλλο Εργασίας

**Μάθημα:** Ανισώσεις Γινόμενο - Πηλίκο

Για να κάνουμε πίνακα προσήμων ενός παράγοντα ακολουθούμε τους παρακάτω κανόνες

**α)** Για **Πρωτοβάθμιους** παράγοντες της μορφής  $ax + b$ , αν  $\rho$  είναι η ρίζα της εξίσωσης  $ax + b = 0$

$ax + b$	$-\infty$	$\rho$	$+\infty$
	Ετερόσημο του $a$	Ομόσημο του $a$	

**β)** Για **Δευτεροβάθμιους** παράγοντες της μορφής  $ax^2 + bx + c$ , έχουμε τρεις περιπτώσεις:

Αν  $\Delta > 0$ , τότε η εξίσωση  $ax^2 + bx + c = 0$  έχει δύο ρίζες, τις  $x_1, x_2$ . Ο πίνακας προσήμων σε αυτή την περίπτωση είναι:

$ax^2 + bx + c$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$
	Ομόσημο του $a$	Ετερόσημο του $a$	Ομόσημο του $a$	

Αν  $\Delta = 0$ , τότε η εξίσωση  $ax^2 + bx + c = 0$  έχει μια διπλή λύση την  $x_1$ . Ο πίνακας προσήμων είναι

$ax^2 + bx + c$	$-\infty$	$\rho$	$+\infty$
	Ομόσημο του $a$	Ομόσημο του $a$	

Αν  $\Delta < 0$ , τότε η εξίσωση δεν έχει καμιά λύση. Ο πίνακας προσήμων είναι

$ax^2 + bx + c$	$-\infty$	$+\infty$
	Ομόσημο του $a$	

Με βάση αυτούς τους κανόνες εργαστείτε στις παρακάτω δραστηριότητες.

---

## Δραστηριότητα 1

Λύστε την ανίσωση  $\frac{(x^2 - x - 2)(x - 2)}{x^2 + 4x + 3} \geq 0$ .

---

### Βήμα 1

Παίρνουμε κάθε έναν παράγοντα ξεχωριστά και υπολογίζουμε τις ρίζες του.

α) Για το  $(x^2 - x - 2)$

β) Για το  $(x - 2)$

γ) Για το  $x^2 + 4x + 3$

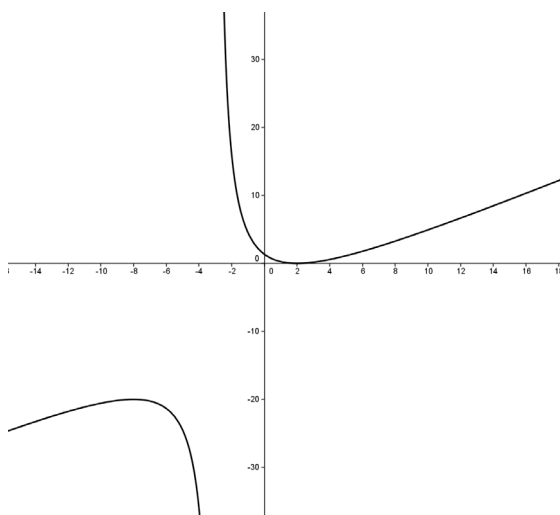
## Βήμα 2

Φτιάχνουμε τον πίνακα προσήμων ακολουθώντας τους γνωστούς κανόνες. Δώστε προσοχή στις ρίζες.

$x^2 - x - 2$				
$x - 2$				
$x^2 + 4x + 3$				
$P(x)$				

## Βήμα 3

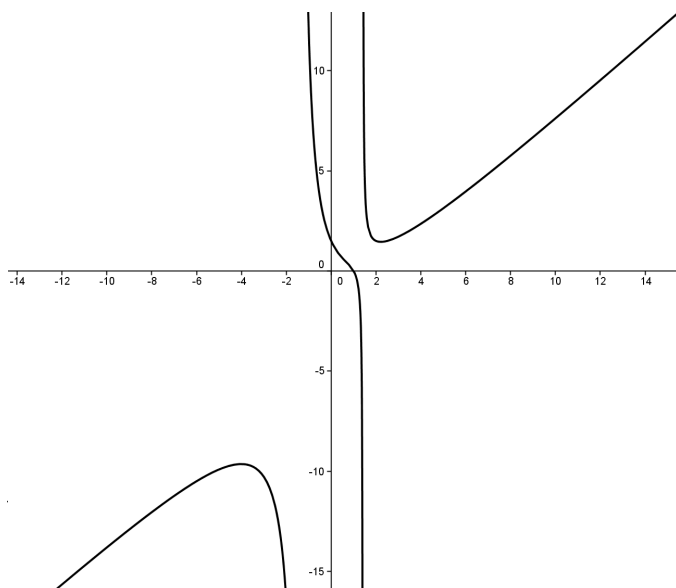
Ποια είναι η λύση της ανίσωσης;



Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η **γραφική παράσταση** της συνάρτησης  $f(x) = \frac{(x^2 - x - 2)(x - 2)}{x^2 + 4x + 3}$ . Μπορείτε να **επαληθεύσετε** το αποτέλεσμα που βρήκατε με βάση αυτή την γραφική παράσταση; Παρατηρήστε τη μορφή της γραφικής παράστασης γύρω από την τιμή 2, η οποία είναι μια **διπλή ρίζα!**

## Δραστηριότητα 2

Λύστε την ανίσωση  $\frac{(x-1)(x^2 - 2x + 3)}{x^2 - 2} \leq 0$ .



Λύστε την άσκηση με **παρόμοια μεθοδολογία** με αυτήν που ακολουθήσατε στη δραστηριότητα 1.

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η **γραφική παράσταση** της συνάρτησης  $g(x) = \frac{(x-1)(x^2 - 2x + 3)}{x^2 - 2}$ .

Μπορείτε να **επαληθεύσετε** το αποτέλεσμα που βρήκατε με βάση αυτή την γραφική παράσταση;

---

**Δραστηριότητα 3**

Λύστε την ανίσωση  $\frac{1}{x+1} \leq \frac{x}{x-2}$ .

---

**Προσοχή!** Σε αυτή τη μορφή των ασκήσεων, φέρνουμε όλους τους όρους στο αριστερό μέλος, κάνουμε ομώνυμα και φέρνουμε την ανίσωση σε μια παρόμοια μορφή με αυτή των Δραστηριοτήτων 1 και 2.

---

**Δραστηριότητα 3**

Λύστε την ανίσωση  $\frac{x}{x+1} - \frac{1}{x-1} \geq 1$ .

---