

# ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

## Ιδιότητες Γραφικών Παραστάσεων

### Δραστηριότητα 1

Σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις να βρείτε την τιμή του  $k$  για την οποία το σημείο  $M$  ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης.

i)  $f(x) = x^2 + k$   $M(2,6)$

ii)  $g(x) = kx^2$   $M(-2,8)$

iii)  $h(x) = k\sqrt{x+1}$   $M(3,8)$

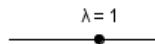
### Μέρος Α - Geogebra

Ακολουθήστε τα παρακάτω βήματα προσεκτικά

α) Για να δουλέψουμε με την παράμετρο  $k$  στο Geogebra θα χρησιμοποιήσουμε την λειτουργία του δρομέα.



Κάντε κλικ στο εικονίδιο . Στη συνέχεια κάντε κλικ σε μια ελεύθερη περιοχή στο επίπεδο του Geogebra και ονομάστε τον δρομέα με το όνομα  $k$  (αντί για το  $a$  που έχει προεπιλεγμένο). Δημιουργήσατε ένα δρομέα. Η τιμή της παραμέτρου  $k$  θα εξαρτάται από αυτόν τον δρομέα. Καθώς θα μετακινείτε τον δρομέα δεξιά - αριστερά, θα αλλάζει και η τιμή της παραμέτρου  $k$ . Όπως βλέπετε η αρχική τιμή που δίνει το λογισμικό είναι  $k=1$  (στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένας δρομέας με όνομα  $\lambda$ ).



β) Με το Geogebra μπορούμε να κάνουμε γραφικές παραστάσεις πάρα πολύ εύκολα. Για να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης που δίνεται στο πρώτο ερώτημα πληκτρολογήστε στο πεδίο "Εισαγωγή" (κάτω κάτω στο παράθυρο του Geogebra) τις εντολές:

$$f(x) = x^2 + k$$

Αν τα έχετε κάνει όλα σωστά θα σχεδιαστεί η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ .

γ) Κάντε κλικ στην λειτουργία επιλογής (εικονίδιο ) και στη συνέχεια με τον δρομέα αλλάξτε τις τιμές της παραμέτρου  $k$  μετακινώντας την κουκίδα δεξιά αριστερά. Παρατηρείστε πώς αλλάζει δυναμικά η γραφική παράσταση της συνάρτησης. Επαναφέρετε τον δρομέα στη θέση  $k=1$ .

δ) Για να εμφανιστεί το σημείο  $M$  στο επίπεδο του Geogebra αρκεί να πληκτρολογήσετε στο πεδίο "Εισαγωγή" τις εντολές:

$$M = (2, 6)$$

ζ) Κάντε κλικ στην λειτουργία επιλογής ώστε να μπορείτε να μετακινήσετε τον δρομέα. Μετακινώντας την κουκίδα του δρομέα βρείτε για ποιες τιμές του  $k$  το σημείο  $M$  ανήκει στη γραφική παράσταση της  $f$ .

### Μέρος Β - Μαθηματική Επίλυση

Με το Geogebra αποκτήσαμε μια εποπτική εικόνα του προβλήματος. τώρα θα προσπαθήσουμε να το λύσουμε αναλυτικά.

#### Βήμα 1

Για να ανήκει το σημείο  $M$  στην γραφική παράσταση της  $f$ , θα πρέπει οι συντεταγμένες του να επαληθεύουν τη σχέση  $y = f(x) \Leftrightarrow y = x^2 + k$ .

## Βήμα 2

Αντικαταστήστε τις τιμές των συντεταγμένων του  $M$  στην παραπάνω εξίσωση και στη συνέχεια λύστε ως προς  $k$ .

Με όμοιο τρόπο αντιμετωπίστε και τα υπόλοιπα ερωτήματα.

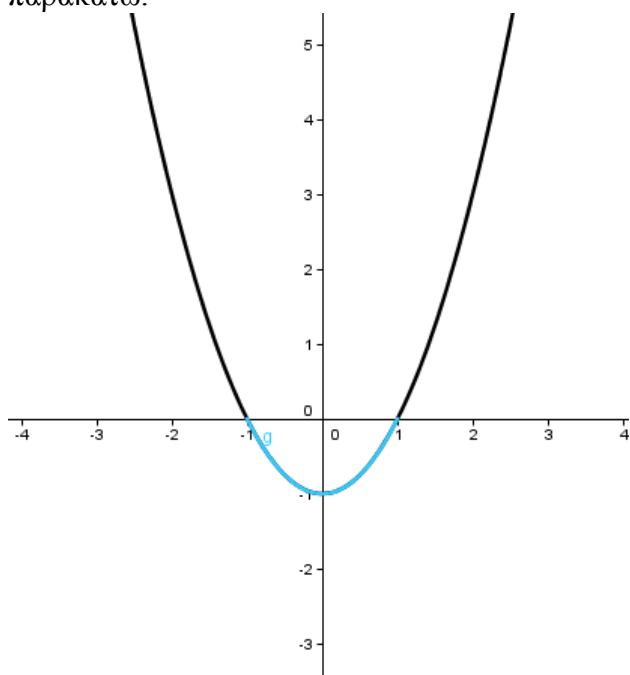
---

## Δραστηριότητα 2

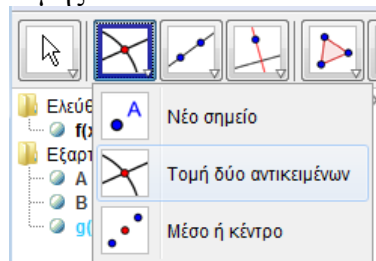
Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 - 1$ . Να βρείτε:

- Τα σημεία τομής της γραφ. παράστασης της  $f$  με τους άξονες.
  - Τις τετμημένες των σημείων της  $C_f$  που βρίσκονται πάνω από τον άξονα των  $x$ .
- 

Η γραφική παράσταση της  $f$  μπορεί να σχεδιαστεί εύκολα με τη βοήθεια του Geogebra, όπως στην προηγούμενη δραστηριότητα. Αν γράψετε την εντολή σωστά θα βγει το σχήμα που φαίνεται παρακάτω.



α) Για να βρούμε με το Geogebra τα σημεία τομής με τον άξονα των  $x$  (για παράδειγμα) θα χρησιμοποιήσουμε τη λειτουργία του σημείου τομής:



Επιλέξτε την τομή των δύο αντικειμένων και στη συνέχεια κάντε κλικ στον άξονα των  $x$  και στη γραφική παράσταση της συνάρτησης.

Βρείτε τα σημεία τομής με το Geogebra και αναλυτικά (στο τετράδιό σας) και συγκρίνετε τα αποτελέσματα.

β) Για να απαντήσουμε στο δεύτερο ερώτημα, αρκεί να προσέξουμε ότι τα σημεία που βρίσκονται πάνω από τον άξονα των  $x$  (σκούρο μαύρο) είναι αυτά για τα οποία  $y \geq 0 \Leftrightarrow f(x) \geq 0$ . Αρκεί λοιπόν να λύσουμε την ανίσωση

$$x^2 - 1 \geq 0.$$