

## ΦΥΛΛΑΔΙΟ 01\_A

**ΜΑΘΗΜΑ:** Άλγεβρα

**ΤΑΞΗ:** Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

**ΥΛΗ:** Τριγωνομετρικός Κύκλος – Ταυτότητες – Αναγωγή στο 1<sup>ο</sup> τεταρτημόριο

### I. Τριγωνομετρικός Κύκλος - Αναγωγή στο πρώτο τεταρτημόριο

1) Να εκφράσετε σε rad τις γωνίες:

α)  $30^\circ$                           β)  $120^\circ$                           γ)  $1260^\circ$                           δ)  $-1485^\circ$

2) Να μετατρέψετε σε μοίρες τις γωνίες:

α)  $\frac{\pi}{10}$  rad                          β)  $\frac{5\pi}{6}$  rad                          γ)  $\frac{91\pi}{3}$  rad                          δ)  $100$  rad

3) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας:

i)  $1830^\circ$                           ii)  $2940^\circ$                           iii)  $1980^\circ$                           iv)  $3600^\circ$

4) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας:

i)  $120^\circ$                           ii)  $150^\circ$                           iii)  $135^\circ$                           iv)  $210^\circ$   
v)  $-45^\circ$                           vi)  $240^\circ$                           vii)  $-30^\circ$                           viii)  $300^\circ$

5) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας:

i)  $\frac{2\pi}{3}$  rad                          ii)  $\frac{3\pi}{4}$  rad                          iii)  $\frac{4\pi}{3}$  rad                          iv)  $\frac{-\pi}{3}$  rad.

v)  $\frac{13\pi}{3}$  rad                          vi)  $\frac{49\pi}{4}$  rad                          vii)  $\frac{39\pi}{2}$  rad                          viii)  $\frac{-17\pi}{3}$  rad.

6) Να απλοποιήσετε την παράσταση:  $\frac{\sigma\upsilon\nu(-\alpha) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ + \alpha)}{\eta\mu(-\alpha) \cdot \eta\mu(90^\circ + \alpha)}$

7) Να αποδείξετε ότι:  $\frac{\epsilon\phi(\pi - x) \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi + x) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{9\pi}{2} + x\right)}{\eta\mu(13\pi + x) \cdot \sigma\upsilon\nu(-x) \cdot \sigma\phi\left(\frac{21\pi}{2} - x\right)} = -1.$

8) Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$A = \frac{\eta\mu(-x) \epsilon\phi(5\pi + x) \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \sigma\phi(2\pi - x)}{\sigma\upsilon\nu(3\pi - x) \epsilon\phi\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) \eta\mu\left(\frac{15\pi}{2} - x\right)}$$

9) Να αποδείξετε ότι

i)  $\eta\mu^2(45^\circ - \omega) + \eta\mu^2(45^\circ + \omega) = 1$                           ii)  $\epsilon\phi\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \cdot \epsilon\phi\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = 1.$

## II. Τριγωνομετρικές Ταυτότητες

10) Αν  $\eta\mu(x) = \frac{3}{5}$  και  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ , να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $x$  σε rad.

11) Αν  $\sigma\upsilon\nu(x) = -\frac{2}{3}$  και  $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ , να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $x$  rad.

12) Αν  $\epsilon\phi(x) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$  και  $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ , να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $x$  rad.

13) Αν  $\sigma\phi(x) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$  και  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ , να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $x$  rad.

14) Να εξετάσετε, αν υπάρχουν τιμές του  $x$  για τις οποίες:

i) Να ισχύει συγχρόνως:  $\eta\mu(x) = 0$  και  $\sigma\upsilon\nu(x) = 0$

ii) Να ισχύει συγχρόνως:  $\eta\mu(x) = 1$  και  $\sigma\upsilon\nu(x) = 1$

iii) Να ισχύει συγχρόνως:  $\eta\mu(x) = \frac{3}{5}$  και  $\sigma\upsilon\nu(x) = \frac{4}{5}$

15) Να αποδείξετε ότι: i)  $\frac{\eta\mu\alpha}{1 + \sigma\upsilon\nu\alpha} = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu\alpha}{\eta\mu\alpha}$ , ii)  $\sigma\upsilon\nu^4\alpha = \eta\mu^4\alpha = 2\sigma\upsilon\nu^2\alpha - 1$

16) Να αποδείξετε ότι: i)  $\frac{\eta\mu\theta}{1 + \sigma\upsilon\nu\theta} + \frac{1 + \sigma\upsilon\nu\theta}{\eta\mu\theta} = \frac{2}{\eta\mu\theta}$ , ii)  $\frac{\sigma\upsilon\nu(x)}{1 - \eta\mu(x)} + \frac{\sigma\upsilon\nu(x)}{1 + \eta\mu(x)} = \frac{2}{\sigma\upsilon\nu(x)}$

17) Να αποδείξετε ότι:  $\left| \frac{\sigma\upsilon\nu x}{\sqrt{2}} - \frac{\eta\mu x}{\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{2}$ .

18) Να αποδείξετε ότι  $\frac{1 - \epsilon\phi x}{1 + \epsilon\phi x} = \frac{\sigma\phi x - 1}{\sigma\phi x + 1}$ .

19) Να αποδείξετε ότι  $\eta\mu^2 x \epsilon\phi x - \sigma\upsilon\nu^2 x \sigma\phi x = \epsilon\phi x - \sigma\phi x$ .

20) Να αποδείξετε ότι:  $\eta\mu^2 x \cdot \epsilon\phi x + \sigma\upsilon\nu^2 x \cdot \sigma\phi x + 2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x = \epsilon\phi x + \sigma\phi x$ .

21) Αν  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ , να αποδείξετε ότι:  $\eta\mu x \cdot \epsilon\phi x > 2(1 - \sigma\upsilon\nu x)$ .

22) Αν  $\eta\mu\omega + \sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\omega = 2$ , να βρείτε το  $\eta\mu\omega$  και το  $\sigma\upsilon\nu\omega$ .