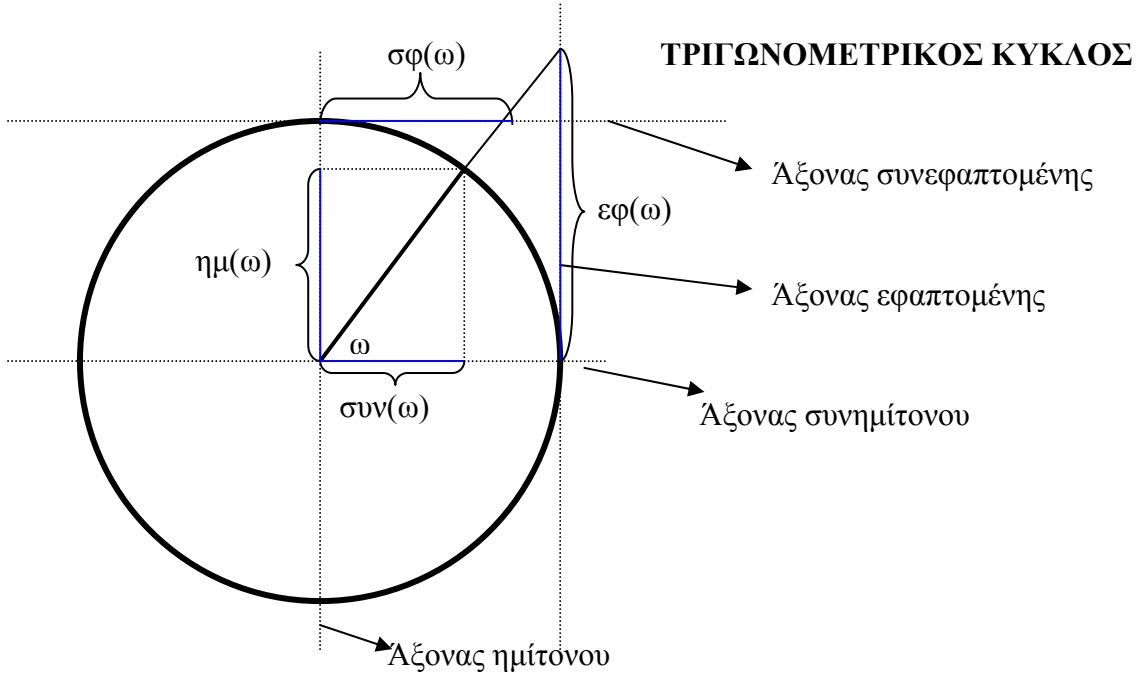


ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ



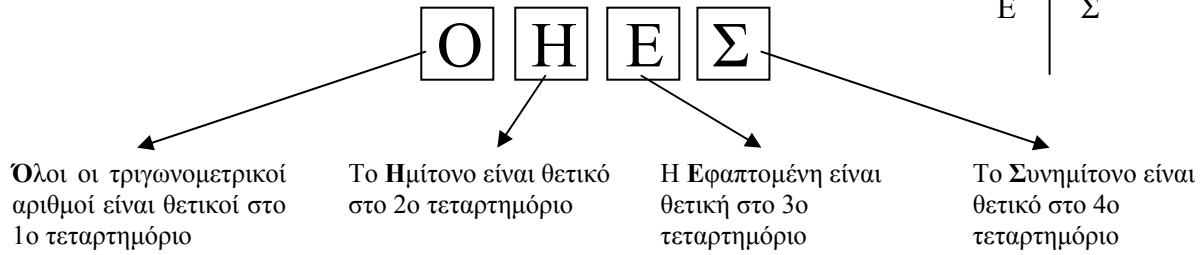
Τριγωνομετρικοί Αριθμοί Βασικών Γωνιών					
Γωνία ω		Τριγωνομετρικοί αριθμοί			
Σε μοίρες	Σε rad	ημ(ω)	συν(ω)	εφ(ω)	σφ(ω)
0	0	0	1	0	Δεν ορίζ.
30	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
45	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
60	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
90	$\frac{\pi}{2}$	1	0	Δεν ορίζ.	0

Βασικές Τριγωνομετρικές Ταυτότητες	Αναγωγή στο πρώτο τεταρτημόριο
$\eta\mu^2 \omega + \sigma\upsilon\nu^2 \omega = 1$	$2^\circ \rightarrow 1^\circ$ $\eta\mu(180 - \omega) = \eta\mu\omega, \sigma\upsilon\nu(180 - \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$ $\epsilon\phi(180 - \omega) = -\epsilon\phi\omega, \sigma\phi(180 - \omega) = -\sigma\phi\omega$
$\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}, \sigma\phi\omega = \frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega}$	$3^\circ \rightarrow 1^\circ$ $\eta\mu(180 + \omega) = -\eta\mu\omega, \sigma\upsilon\nu(180 + \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$ $\epsilon\phi(180 + \omega) = \epsilon\phi\omega, \sigma\phi(180 + \omega) = \sigma\phi\omega$
$\epsilon\phi\omega \cdot \sigma\phi\omega = 1$	$4^\circ \rightarrow 1^\circ$ $\sigma\upsilon\nu(-\omega) = \sigma\upsilon\nu\omega, \eta\mu(-\omega) = -\eta\mu(\omega)$ $\epsilon\phi(-\omega) = -\epsilon\phi\omega, \sigma\phi(-\omega) = -\sigma\phi\omega$
$\sigma\upsilon\nu^2 \omega = \frac{1}{1 + \epsilon\phi^2 \omega}$	$\sigma\upsilon\nu(90 - \omega) = \eta\mu\omega, \eta\mu(90 - \omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$ $\epsilon\phi(90 - \omega) = \sigma\phi\omega, \sigma\phi(90 - \omega) = \epsilon\phi\omega$
$\eta\mu^2 \omega = \frac{\epsilon\phi^2 \omega}{1 + \epsilon\phi^2 \omega}$	$2^\circ \rightarrow 1^\circ$ $\sigma\upsilon\nu(90 + \omega) = -\eta\mu\omega, \eta\mu(90 + \omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$ $\epsilon\phi(90 + \omega) = -\sigma\phi\omega, \sigma\phi(90 + \omega) = -\epsilon\phi\omega$
	$3^\circ \rightarrow 1^\circ$ $\sigma\upsilon\nu(270 - \omega) = -\eta\mu\omega, \eta\mu(270 - \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$ $\epsilon\phi(270 - \omega) = \sigma\phi\omega, \sigma\phi(270 - \omega) = -\epsilon\phi\omega$
	$4^\circ \rightarrow 1^\circ$ $\sigma\upsilon\nu(270 + \omega) = \eta\mu\omega, \eta\mu(270 + \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$ $\epsilon\phi(270 + \omega) = -\sigma\phi\omega, \sigma\phi(270 + \omega) = -\epsilon\phi\omega$

Μνημονικοί Κανόνες

1) Κανόνες Προσέμων ανά Τεταρτημόριο

Η	Ο
Ε	Σ



2) Κανόνες Αναγωγής στο 1ο τεταρτημόριο

$$\left. \begin{matrix} \eta\mu \\ \sigma\upsilon\nu \\ \epsilon\phi \end{matrix} \right\} (\pi \pm x) = \left. \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \right\} \left. \begin{matrix} \eta\mu \\ \sigma\upsilon\nu \\ \epsilon\phi \end{matrix} \right\} (x)$$

$$\left. \begin{matrix} \eta\mu \\ \sigma\upsilon\nu \\ \epsilon\phi \end{matrix} \right\} \left(\frac{\pi}{2} \pm x \right) = \left. \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} \right\} \left. \begin{matrix} \sigma\upsilon\nu \\ \eta\mu \\ \sigma\phi \end{matrix} \right\} (x)$$

Εδώ μπαίνει το πρόσημο του τριγωνομετρικού αριθμού του αριστερού μέλους στο αντίστοιχο τεταρτημόριο, θεωρώντας ότι το τόξο x ανήκει στο πρώτο τεταρτημόριο (επομένως το $\pi+x$ ανήκει στο 3^ο τεταρτημόριο και το $\pi-x$ στο 2^ο τεταρτημόριο).

Εδώ μπαίνει το πρόσημο του τριγωνομετρικού αριθμού του αριστερού μέλους στο αντίστοιχο τεταρτημόριο, θεωρώντας ότι το θεωρώντας ότι το τόξο x ανήκει στο πρώτο τεταρτημόριο (επομένως το τόξο $\pi/2+x$ ανήκει στο 2^ο τεταρτημόριο και το $\pi/2-x$ στο 1^ο τεταρτημόριο).

3) Σημαντικοί Κανόνες

- $-\eta\mu(x) = \eta\mu(-x)$, $-\epsilon\phi(x) = \epsilon\phi(-x)$, $-\sigma\phi(x) = \sigma\phi(-x)$
- $-\sigma\upsilon\nu(x) = \sigma\upsilon\nu(\pi - x)$
- $\eta\mu(x) = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, $\sigma\upsilon\nu(x) = \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, $\epsilon\phi(x) = \sigma\phi\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, $\sigma\phi(x) = \epsilon\phi\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

Επίλυση Τριγωνομετρικών εξισώσεων

$$\begin{aligned} x &= 2\kappa\pi + \theta \\ \eta\mu x = \eta\mu\theta &\Rightarrow \quad \eta \\ x &= 2\kappa\pi + \pi - \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 2\kappa\pi + \theta \\ \sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\theta &\Rightarrow \quad \eta \\ x &= 2\kappa\pi - \theta \end{aligned}$$

$$\epsilon\phi x = \epsilon\phi\theta \Rightarrow x = \kappa\pi + \theta$$

$$\sigma\phi x = \sigma\phi\theta \Rightarrow x = \kappa\pi + \theta$$