Φύλλο Εργασίας

Μάθημα: Πολυωνυμικές Εξισώσεις και Ανισώσεις

Δραστηριότητα 1

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 6x^2 - x + 30$. Μας ζητείται να επιλύσουμε την εξίσωση $P(x) = 0$.

Βήμα 1

Γράφουμε τις πιθανές ακέραιες ρίζες.

Βήμα 2

Κάνουμε το σχήμα Horner για κάθε μια από τις πιθανές ακέραιες ρίζες, μέχρι να βρούμε μια ρίζα (δηλαδή μέχρι να βρούμε υπόλοιπο 0 στο σχήμα Horner). Παραγοντοποιούμε το *P(x)* σύμφωνα με την ταυτότητα της διαίρεσης του *P(x)* με το *(x-ρ)*, όπου *ρ* είναι η ρίζα που βρήκαμε.

Βήμα 3

Με την παραπάνω διαδικασία έχουμε παραγοντοποιήσει το γινόμενο σε δύο παράγοντες. Ο ένας είναι πρωτοβάθμιος (το x-ρ) και ο άλλος είναι δευτεροβάθμιος (το πηλίκο της διαίρεσης). Για να βρούμε τις ρίζες και του δευτεροβάθμιου παράγοντα χρησιμοποιούμε τη γνωστή θεωρία για δευτεροβάθμιες εξισώσεις (διακρίνουσα κ.λ.π). Αν έχετε κάνει σωστά τις πράξεις σε αυτό το παράδειγμα θα πρέπει να βρείτε τρεις λύσεις.

Δραστηριότητα 2

Λύστε την ανίσωση $x^3 - 6x^2 - x + 30 \geq 0$.

Βήμα 1

Παραγοντοποιούμε το πολυώνυμο όπως κάναμε και στην πρώτη δραστηριότητα. (Τώρα προφανώς έχουμε έτοιμη την παραγοντοποίηση από την Δραστηριότητα 1, αφού πρόκειται για το ίδιο πολυώνυμο)

Βήμα 2

Όπως είπαμε το πολυώνυμο έχει τρεις ρίζες. Επομένως συμπληρώνουμε τον παρακάτω πίνακα προσήμων.

	$-\infty$			$+\infty$
P(x)				

Βήμα 3

Κοιτάμε ποιο από τα πεδία της 3ης γραμμής του πίνακα έχει το πρόσημο + (αφού μας ενδιαφέρει το πολυώνυμο να είναι θετικό). Γράφουμε το σύνολο λύσεων αντίστοιχα.

Δραστηριότητα 3

Λύστε την ανίσωση $x^3 - 6x^2 - x + 30 < 0$.

Δραστηριότητα 4

Λύστε την εξίσωση $x^4 - 4x^3 + 4x - 1 = 0$ σύμφωνα με την μεθοδολογία που χρησιμοποιήσαμε στη δραστηριότητα 1. Μπορείτε να την λύσετε και με παραγοντοποίηση;

Δραστηριότητα 5

Λύστε την ανίσωση $x^3 + x^2 - 2x - 2 \leq 0$, σύμφωνα με τη μεθοδολογία που χρησιμοποιήσαμε στη δραστηριότητα 2.