

## ΦΥΛΛΑΔΙΟ 02\_A

### ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

### ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

### ΥΛΗ: Εξίσωση Ευθείας

Το φυλλάδιο και τις λύσεις μπορείτε να τα βρείτε στο [math-gr.blogspot.com](http://math-gr.blogspot.com)

- Σε ένα σύστημα αναφοράς οι εξισώσεις:  $2x^2 - 3y^2 + y - 3 = 0$ ,  $x^2 + 3y^2 + 2x + 1 = 4$  και  $4x^2 + 9y^2 = 36$  παριστάνουν τις γραμμές  $C_1$ ,  $C_2$ , και  $C_3$  αντίστοιχα. Να αποδειχθεί ότι:
  - Η  $C_1$  έχει άξονα συμμετρίας τον  $y'y$ .
  - Η  $C_2$  έχει άξονα συμμετρίας τον  $x'x$ .
  - Η  $C_3$  έχει άξονα συμμετρίας τους  $x'x$ ,  $y'y$  και κέντρο συμμετρίας την αρχή  $O$  των αξόνων.
- Μία ευθεία περνά από τα σημεία  $A(2,-3)$  και  $B(6, 1)$ . Να βρεθεί:
  - Η γωνία που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα  $x'x$  και
  - Η εξίσωσή της.
- Να αποδείξετε ότι η ευθεία που περνά από τα σημεία  $A(4, 1)$  και  $B(-1, 3)$  είναι κάθετη προς την ευθεία που περνά από τα σημεία  $\Gamma(4, -2)$  και  $\Delta(6, 3)$ . Επίσης, να βρείτε τις εξισώσεις των  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$ , και το σημείο τομής των  $AB$  και  $\Gamma\Delta$ .
- Οι κορυφές του τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι τα σημεία  $A(1, -3)$ ,  $B(-2, 1)$  και  $\Gamma(4, 5)$ . Να βρείτε τις εξισώσεις της διαμέσου  $A\Delta$  και του ύψους  $BE$ . Ποιο είναι το σημείο τομής αυτών των ευθειών; Ποιες είναι οι συντεταγμένες του  $E$ ;
- Να βρείτε την προβολή του σημείου  $A(-2, 1)$  πάνω στην ευθεία με την εξίσωση  $x + 2y - 3 = 0$ .
- Οι εξισώσεις των πλευρών ενός τριγώνου είναι  $x + y = 2$ ,  $2x - y = 1$  και  $x - 3y = 3$ . Να βρείτε τις εξισώσεις των μεσοκαθέτων και το περίκεντρο του τριγώνου.
- Να βρείτε το συμμετρικό του σημείου  $A(-2, 1)$  ως προς την ευθεία  $\varepsilon: x + 2y - 3 = 0$ .
- Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in R$  για τις οποίες η εξίσωση  $(\lambda^2 - 3\lambda + 2)x + (2\lambda - \lambda^2)y + (3 - \lambda) = 0$  παριστάνει ευθεία.
  - Πότε η παραπάνω ευθεία είναι: **α)** παράλληλη στον  $x'x$ , **β)** παράλληλη στον  $y'y$   
**γ)** παράλληλη στο διάνυσμα  $\vec{a} = (1, -2)$ ;
- Να βρεθεί η τιμή του  $\lambda$  ώστε οι ευθείες  $\varepsilon_1: (2\lambda + 1)x - 3\lambda y - 2 = 0$  και  $\varepsilon_2: 3\lambda x + (\lambda + 2)y + 1 = 0$  να είναι κάθετες.

10. Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματική τιμή του  $\alpha$  οι ευθείες  $\varepsilon_1: 2\alpha x - (\alpha + 1)y = 3\alpha - 1$  και  $\varepsilon_2: (3\alpha + 1)x + (\alpha - 1)y = 6\alpha - 2$  τέμνονται και να βρείτε το σημείο τομής τους.
11. Τα μέσα των πλευρών ενός τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι τα σημεία  $\Delta(-1, 4)$ ,  $E(5, 4)$  και  $Z(2, -1)$ . Να βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών του.
12. Δίνονται τα σημεία  $A(3, 0)$ ,  $B(1, 4)$  και η ευθεία  $\varepsilon: 2x + y - 2 = 0$ . Να βρείτε σημείο  $M$  της  $\varepsilon$  για το οποίο το τρίγωνο  $MAB$  είναι ορθογώνιο στο  $M$ .
13. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $A(-2, 1)$  και το τμήμα της που αποκόπτεται από τους άξονες έχει μέσο το  $A$ .
14. Σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  δίνονται η κορυφή  $A(2, 3)$ , το ύψος  $BD: 3x - 4y + 3 = 0$  και η διάμεσος  $GM: 5x + 9y - 16 = 0$ . Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών  $B$  και  $\Gamma$ .
15. Οι δύο πλευρές παραλληλογράμμου έχουν εξισώσεις  $x + 3y - 4 = 0$ ,  $3x - 2y - 1 = 0$  και το κέντρο του είναι το σημείο  $K(0, -2)$ . Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του.
16. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο  $A(2, 3)$  και ορίζουν τους άξονες συντεταγμένων τμήματα ισομήκη.
17. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο  $A(-1, 0)$  και τέμνουν τις ευθείες  $y = x - 1$  και  $y = x + 2$  σε δύο σημεία με απόσταση 3.
18. Δίνονται οι ευθείες  $\varepsilon_1: (\lambda - 1)x + (2\lambda + 1)y + (\lambda + 5) = 0$  και  $\varepsilon_2: (2\lambda - 1)x + (\lambda - 2)y + (\lambda - 3) = 0$ . Να βρεθεί ο  $\lambda$  ώστε οι ευθείες αυτές να τέμνονται σε σημείο του άξονα  $y'y$ . Ποιο είναι τότε το σημείο τομής τους;
19. Να βρεθεί η οξεία γωνία των ευθειών  $\varepsilon_1: 4x - 3y - 5 = 0$  και  $\varepsilon_2: 7x + y - 10 = 0$ .