

ΦΥΛΛΑΔΙΟ 02_A

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΥΛΗ: Εξίσωση Ευθείας

Το φυλλάδιο και τις λύσεις μπορείτε να τα βρείτε στο math-gr.blogspot.com

- Σε ένα σύστημα αναφοράς οι εξισώσεις: $2x^2 - 3y^2 + y - 3 = 0$, $x^2 + 3y^2 + 2x + 1 = 4$ και $4x^2 + 9y^2 = 36$ παριστάνουν τις γραμμές C_1 , C_2 , και C_3 αντίστοιχα. Να αποδειχθεί ότι:
 - Η C_1 έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$.
 - Η C_2 έχει άξονα συμμετρίας τον $x'x$.
 - Η C_3 έχει άξονα συμμετρίας τους $x'x$, $y'y$ και κέντρο συμμετρίας την αρχή O των αξόνων.
- Μία ευθεία περνά από τα σημεία $A(2,-3)$ και $B(6, 1)$. Να βρεθεί:
 - Η γωνία που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα $x'x$ και
 - Η εξίσωσή της.
- Να αποδείξετε ότι η ευθεία που περνά από τα σημεία $A(4, 1)$ και $B(-1, 3)$ είναι κάθετη προς την ευθεία που περνά από τα σημεία $\Gamma(4, -2)$ και $\Delta(6, 3)$. Επίσης, να βρείτε τις εξισώσεις των $A\Gamma$, $B\Delta$, και το σημείο τομής των AB και $\Gamma\Delta$.
- Οι κορυφές του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι τα σημεία $A(1, -3)$, $B(-2, 1)$ και $\Gamma(4, 5)$. Να βρείτε τις εξισώσεις της διαμέσου $A\Delta$ και του ύψους BE . Ποιο είναι το σημείο τομής αυτών των ευθειών; Ποιες είναι οι συντεταγμένες του E ;
- Να βρείτε την προβολή του σημείου $A(-2, 1)$ πάνω στην ευθεία με την εξίσωση $x + 2y - 3 = 0$.
- Οι εξισώσεις των πλευρών ενός τριγώνου είναι $x + y = 2$, $2x - y = 1$ και $x - 3y = 3$. Να βρείτε τις εξισώσεις των μεσοκαθέτων και το περίκεντρο του τριγώνου.
- Να βρείτε το συμμετρικό του σημείου $A(-2, 1)$ ως προς την ευθεία $\varepsilon: x + 2y - 3 = 0$.
- Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in R$ για τις οποίες η εξίσωση $(\lambda^2 - 3\lambda + 2)x + (2\lambda - \lambda^2)y + (3 - \lambda) = 0$ παριστάνει ευθεία.
 - Πότε η παραπάνω ευθεία είναι: **α)** παράλληλη στον $x'x$, **β)** παράλληλη στον $y'y$
γ) παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{a} = (1, -2)$;
- Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1: (2\lambda + 1)x - 3\lambda y - 2 = 0$ και $\varepsilon_2: 3\lambda x + (\lambda + 2)y + 1 = 0$ να είναι κάθετες.

10. Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματική τιμή του α οι ευθείες $\varepsilon_1: 2\alpha x - (\alpha + 1)y = 3\alpha - 1$ και $\varepsilon_2: (3\alpha + 1)x + (\alpha - 1)y = 6\alpha - 2$ τέμνονται και να βρείτε το σημείο τομής τους.
11. Τα μέσα των πλευρών ενός τριγώνου $AB\Gamma$ είναι τα σημεία $\Delta(-1, 4)$, $E(5, 4)$ και $Z(2, -1)$. Να βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών του.
12. Δίνονται τα σημεία $A(3, 0)$, $B(1, 4)$ και η ευθεία $\varepsilon: 2x + y - 2 = 0$. Να βρείτε σημείο M της ε για το οποίο το τρίγωνο MAB είναι ορθογώνιο στο M .
13. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(-2, 1)$ και το τμήμα της που αποκόπτεται από τους άξονες έχει μέσο το A .
14. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται η κορυφή $A(2, 3)$, το ύψος $BD: 3x - 4y + 3 = 0$ και η διάμεσος $GM: 5x + 9y - 16 = 0$. Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών B και Γ .
15. Οι δύο πλευρές παραλληλογράμμου έχουν εξισώσεις $x + 3y - 4 = 0$, $3x - 2y - 1 = 0$ και το κέντρο του είναι το σημείο $K(0, -2)$. Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του.
16. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο $A(2, 3)$ και ορίζουν τους άξονες συντεταγμένων τμήματα ισομήκη.
17. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο $A(-1, 0)$ και τέμνουν τις ευθείες $y = x - 1$ και $y = x + 2$ σε δύο σημεία με απόσταση 3.
18. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: (\lambda - 1)x + (2\lambda + 1)y + (\lambda + 5) = 0$ και $\varepsilon_2: (2\lambda - 1)x + (\lambda - 2)y + (\lambda - 3) = 0$. Να βρεθεί ο λ ώστε οι ευθείες αυτές να τέμνονται σε σημείο του άξονα $y'y$. Ποιο είναι τότε το σημείο τομής τους;
19. Να βρεθεί η οξεία γωνία των ευθειών $\varepsilon_1: 4x - 3y - 5 = 0$ και $\varepsilon_2: 7x + y - 10 = 0$.