## ΦΥΛΛΑΔΙΟ 02-Β

**ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**
**ΤΑΞΗ: Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**
**ΥΛΗ: Εξίσωση Ευθείας – Απόσταση σημείου από ευθεία – Εμβαδόν Τριγώνου**
Το φυλλάδιο και τις λύσεις μπορείτε να τα βρείτε στο math-gr.blogspot.com και στο users.sch.gr/pbouboulis

## Ασκήσεις

**1.** i) Να βρείτε την απόσταση των ευθειών $\varepsilon_1:\ 2x-3y+1=0$ και $\varepsilon_2:\ 4x-6y+7=0$.
ii) Να αποδειχθεί ότι η απόσταση των ευθειών $\varepsilon_1:\ \mathrm{A}x+\mathrm{B}y+\Gamma=0$ και $\varepsilon_2:\ \mathrm{A}x+\mathrm{B}y+\Delta=0$ ($\Gamma\neq\Delta$) είναι ίση με $\dfrac{|\Delta-\Gamma|}{\sqrt{\mathrm{A}^2+\mathrm{B}^2}}$.

**2.** Να βρεθεί η εξίσωση της μεσοπαράλληλης των ευθειών $\varepsilon_1:\ x-2y+1=0$ και $\varepsilon_2:$ $2x-4y+3=0$.

**3.** Να βρείτε τους αριθμούς $\lambda$ και $\mu$ ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1:\ x+\mu y+1=0$ και $\varepsilon_2:$ $2\mu x+2y+\lambda=0$ να είναι παράλληλες και η απόστασή τους να είναι $2\sqrt{2}$.

**4.** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας της οποίας κάθε σημείο ισαπέχει από τις ευθείες: $\varepsilon_1:\ 3x+4y+2=0$ και $\varepsilon_2:\ 8x+6y-3=0$.

**5.** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη στην ευθεία $2x-3y+1=0$ και απέχει από το σημείο $\mathrm{A}(2,-1)$ 3 μονάδες.

**6.** Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από την αρχή των αξόνων και ισαπέχουν από τα σημεία $\mathrm{A}(3,\ 1)$ και $\mathrm{B}(-2,\ 2)$.

**7.** Να βρείτε το εμβαδόν του τετραπλεύρου με κορυφές τα σημεία: $\mathrm{A}(2,\ 1)$, $\mathrm{B}(4,-1)$ $\Gamma(-4,\ 1)$ και $\Delta(-1,-3)$.

**8.** Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που είναι κάθετες στην ευθεία $3x-2y+5=0$ και σχηματίζουν με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδό $3$ τετραγωνικές μονάδες.

**9.** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $\mathrm{M}(0,\ 1)$ και τέμνει τις ευθείες $\varepsilon_1: x+y-2=0$, $\varepsilon_2: 3x+y-4=0$ έτσι ώστε οι $3$ ευθείες να σχηματίζουν τρίγωνο με εμβαδό 3 τετραγωνικές μονάδες.

**10.** Να βρείτε το εμβαδόν του τετραγώνου του οποίου οι εξισώσεις δύο πλευρών να είναι: $3x+4y-5=0$ και $3x+4y+7=0$.

**11.** Σε τρίγωνο ΑΒΓ με Α(2, 3) και Β(-1, 4), το εμβαδό είναι 8 τετραγωνικές μονάδες και η κορυφή Γ ανήκει στην ευθεία $3x+3y-1=0$. Να βρείτε τις συντεταγμένες του Γ.

## ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

**12.** Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή του $\alpha \in R$ η εξίσωση $(2a-1)x+(3a+4)y+(4a+9)=0$ παριστάνει ευθεία που διέρχεται από σταθερό σημείο.

**13.** Να αποδείξετε ότι οι ευθείες που ορίζονται από την παραμετρική εξίσωση $\left(2\lambda^2-3\lambda+1\right)x+\left(\lambda^2+1\right)y+\left(\lambda^2-6\lambda-1\right)=0$ $(\lambda \in R)$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda$ διέρχονται από σταθερό σημείο, του οποίου να βρείτε τις συντεταγμένες.

**14.** Θεωρούμε την εξίσωση $\left(\alpha^3+3\alpha-4\right)x+\left(\alpha^3+8\right)y+\left(\alpha^3-3\alpha+5\right)=0$ $(\alpha \in R)$ $(1)$

i) Να αποδείξετε ότι η $(1)$ παριστάνει ευθεία για κάθε τιμή του $\alpha$.

ii) Να εξετάσετε αν όλες οι παραπάνω ευθείες διέρχονται από σταθερό σημείο.

**15.** Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος του σημείου $\mathrm{M}(3\lambda-1,\ 4-5\lambda)$, $\lambda \in R$.

**16.** i) Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $a \in R$ για τις οποίες καθεμία από τις εξισώσεις:
$3(\alpha-2)x-(\alpha-2)y-4\alpha-1=0$ και $(\alpha-2)x+2(\alpha-2)y+\alpha-3=0$ παριστάνει ευθεία.

ii) Για τις παραπάνω τιμές του $\alpha$, να αποδείξετε ότι οι δύο ευθείες τέμνονται.

iii) Να αποδείξετε ότι το σημείο τομής των ευθειών κινείται σε σταθερή ευθεία.

**17.** Θεωρούμε δύο σταθερά σημεία Α και Β ενός πεδίου. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων Μ του επιπέδου για τα οποία είναι $(\mathrm{MA})^2-(\mathrm{MB})^2=\kappa^2$, όπου $\kappa>0$ σταθερός.

**18.** Τα σημεία Α(α, 0) και Γ(0, β) κινούνται στους θετικούς ημιάξονες Οx και Οy αντίστοιχα με $\alpha+\beta=2\kappa$ ($\kappa$ σταθερός). Σχηματίζουμε το ορθογώνιο ΟΑΒΓ. Να αποδειχθεί ότι η κάθετη από το Β προς τη διαγώνιο ΑΓ διέρχεται από σταθερό σημείο.

**19.** Έστω οι ευθείες $\varepsilon_1: \mathrm{A}_1x+\mathrm{B}_1y+\Gamma_1=0$ και $\varepsilon_2: \mathrm{A}_2x+\mathrm{B}_2y+\Gamma_2=0$ οι οποίες τέμνονται στο σημείο Μ. Να αποδειχθεί ότι κάθε εξίσωση της μορφής: $\left(\mathrm{A}_1x+\mathrm{B}_1y+\Gamma_1\right)+\mu\left(\mathrm{A}_2x+\mathrm{B}_2y+\Gamma_2=0\right)$, $\mu \in R$, παριστάνει ευθεία που διέρχεται από το Μ.

**20.** Αν οι ευθείες $\varepsilon_1: \mathrm{A}_1x+\mathrm{B}_1y+\Gamma_1=0$ και $\varepsilon_2: \mathrm{A}_2+\mathrm{B}_2y+\Gamma_2=0$ είναι παράλληλες, να αποδείξετε ότι κάθε ευθεία $\varepsilon: \left(\mathrm{A}_1x+\mathrm{B}_1y+\Gamma_1\right)+\mu\left(\mathrm{A}_2x+\mathrm{B}_2y+\Gamma_2\right)=0$ με $(\mu \in R)$ είναι παράλληλη προς τις $\varepsilon_1$ και $\varepsilon_2$.

**21.** Να αποδείξετε ότι για κάθε $\mu \in R$ οι ευθείες $\varepsilon_1: 2\mu x-(\mu+1)y+(1-3\mu)=0$ και $\varepsilon_2: (3\mu+1)x+(\mu-1)y+(2-6\mu)=0$ σχηματίζουν σταθερή γωνία.