ΦΥΛΛΑΔΙΟ 02-Β

<u>ΜΑΘΗΜΑ:</u> ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
<u>ΤΑΞΗ:</u> Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
<u>ΥΛΗ:</u> Εξίσωση Ευθείας – Απόσταση σημείου από ευθεία – Εμβαδόν Τριγώνου
Το φυλλάδιο και τις λύσεις μπορείτε να τα βρείτε στο `math-gr.blogspot.com` και στο `users.sch.gr/pbouboulis`

Ασκήσεις

1. i) Να βρείτε την απόσταση των ευθειών $\varepsilon_1:\ 2x-3y+1=0$ και $\varepsilon_2:\ 4x-6y+7=0$.
ii) Να αποδειχθεί ότι η απόσταση των ευθειών $\varepsilon_1:\ \mathrm{A}x+\mathrm{B}y+\Gamma=0$ και $\varepsilon_2:\ \mathrm{A}x+\mathrm{B}y+\Delta=0$ ($\Gamma\neq\Delta$) είναι ίση με $\dfrac{|\Delta-\Gamma|}{\sqrt{\mathrm{A}^2+\mathrm{B}^2}}$.

2. Να βρεθεί η εξίσωση της μεσοπαράλληλης των ευθειών $\varepsilon_1:\ x-2y+1=0$ και $\varepsilon_2:\ 2x-4y+3=0$.

3. Να βρείτε τους αριθμούς λ και μ ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1:\ x+\mu y+1=0$ και $\varepsilon_2:\ 2\mu x+2y+\lambda=0$ να είναι παράλληλες και η απόστασή τους να είναι $2\sqrt{2}$.

4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας της οποίας κάθε σημείο ισαπέχει από τις ευθείες: $\varepsilon_1:\ 3x+4y+2=0$ και $\varepsilon_2:\ 8x+6y-3=0$.

5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη στην ευθεία $2x-3y+1=0$ και απέχει από το σημείο $\mathrm{A}(2,-1)$ 3 μονάδες.

6. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από την αρχή των αξόνων και ισαπέχουν από τα σημεία $\mathrm{A}(3,\ 1)$ και $\mathrm{B}(-2,\ 2)$.

7. Να βρείτε το εμβαδόν του τετραπλεύρου με κορυφές τα σημεία: $\mathrm{A}(2,\ 1)$, $\mathrm{B}(4,-1)$ $\Gamma(-4,\ 1)$ και $\Delta(-1,-3)$.

8. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που είναι κάθετες στην ευθεία $3x-2y+5=0$ και σχηματίζουν με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδό 3 τετραγωνικές μονάδες.

9. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $\mathrm{M}(0,\ 1)$ και τέμνει τις ευθείες $\varepsilon_1: x+y-2=0$, $\varepsilon_2: 3x+y-4=0$ έτσι ώστε οι 3 ευθείες να σχηματίζουν τρίγωνο με εμβαδό 3 τετραγωνικές μονάδες.

10. Να βρείτε το εμβαδόν του τετραγώνου του οποίου οι εξισώσεις δύο πλευρών να είναι: $3x+4y-5=0$ και $3x+4y+7=0$.

11. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με Α(2, 3) και Β(-1, 4), το εμβαδό είναι 8 τετραγωνικές μονάδες και η κορυφή Γ ανήκει στην ευθεία $3x+3y-1=0$. Να βρείτε τις συντεταγμένες του Γ.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

12. Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή του $\alpha \in R$ η εξίσωση $(2a-1)x+(3a+4)y+(4a+9)=0$ παριστάνει ευθεία που διέρχεται από σταθερό σημείο.

13. Να αποδείξετε ότι οι ευθείες που ορίζονται από την παραμετρική εξίσωση $(2\lambda^2-3\lambda+1)x+(\lambda^2+1)y+(\lambda^2-6\lambda-1)=0$ $(\lambda \in R)$ για τις διάφορες τιμές του λ διέρχονται από σταθερό σημείο, του οποίου να βρείτε τις συντεταγμένες.

14. Θεωρούμε την εξίσωση $(\alpha^3+3\alpha-4)x+(\alpha^3+8)y+(\alpha^3-3\alpha+5)=0$ $(\alpha \in R)$ (1)

i) Να αποδείξετε ότι η (1) παριστάνει ευθεία για κάθε τιμή του α.

ii) Να εξετάσετε αν όλες οι παραπάνω ευθείες διέρχονται από σταθερό σημείο.

15. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος του σημείου $\mathrm{M}(3\lambda-1,\ 4-5\lambda)$, $\lambda \in R$.

16. i) Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $a \in R$ για τις οποίες καθεμία από τις εξισώσεις:
$3(\alpha-2)x-(\alpha-2)y-4\alpha-1=0$ και $(\alpha-2)x+2(\alpha-2)y+\alpha-3=0$ παριστάνει ευθεία.

ii) Για τις παραπάνω τιμές του α, να αποδείξετε ότι οι δύο ευθείες τέμνονται.

iii) Να αποδείξετε ότι το σημείο τομής των ευθειών κινείται σε σταθερή ευθεία.

17. Θεωρούμε δύο σταθερά σημεία Α και Β ενός πεδίου. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων Μ του επιπέδου για τα οποία είναι $(\mathrm{MA})^2-(\mathrm{MB})^2=\kappa^2$, όπου $\kappa>0$ σταθερός.

18. Τα σημεία Α(α, 0) και Γ(0, β) κινούνται στους θετικούς ημιάξονες Οx και Οy αντίστοιχα με $\alpha+\beta=2\kappa$ (κ σταθερός). Σχηματίζουμε το ορθογώνιο ΟΑΒΓ. Να αποδειχθεί ότι η κάθετη από το Β προς τη διαγώνιο ΑΓ διέρχεται από σταθερό σημείο.

19. Έστω οι ευθείες $\varepsilon_1 : \mathrm{A}_1x+\mathrm{B}_1y+\Gamma_1=0$ και $\varepsilon_2 : \mathrm{A}_2x+\mathrm{B}_2y+\Gamma_2=0$ οι οποίες τέμνονται στο σημείο Μ. Να αποδειχθεί ότι κάθε εξίσωση της μορφής: $(\mathrm{A}_1x+\mathrm{B}_1y+\Gamma_1)+\mu(\mathrm{A}_2x+\mathrm{B}_2y+\Gamma_2=0)$, $\mu \in R$, παριστάνει ευθεία που διέρχεται από το Μ.

20. Αν οι ευθείες $\varepsilon_1 : \mathrm{A}_1x+\mathrm{B}_1y+\Gamma_1=0$ και $\varepsilon_2 : \mathrm{A}_2+\mathrm{B}_2y+\Gamma_2=0$ είναι παράλληλες, να αποδείξετε ότι κάθε ευθεία $\varepsilon : (\mathrm{A}_1x+\mathrm{B}_1y+\Gamma_1)+\mu(\mathrm{A}_2x+\mathrm{B}_2y+\Gamma_2)=0$ με $(\mu \in R)$ είναι παράλληλη προς τις ε_1 και ε_2.

21. Να αποδείξετε ότι για κάθε $\mu \in R$ οι ευθείες $\varepsilon_1 : 2\mu x-(\mu+1)y+(1-3\mu)=0$ και $\varepsilon_2 : (3\mu+1)x+(\mu-1)y+(2-6\mu)=0$ σχηματίζουν σταθερή γωνία.