

# ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

## ΚΥΚΛΟΣ - ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΙ ΤΟΠΟΙ

### Δραστηριότητα 1

Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των μέσων των χορδών του κύκλου  $x^2 + y^2 = 25$ , που διέρχονται από το σημείο  $A(2,4)$ .

### Μέρος Α - Geogebra

#### 1η Λύση

**Βήμα 1:** Σχεδιάστε τον κύκλο, πληκτρολογώντας στο πεδίο εισαγωγή την εξίσωσή του:  $x^2 + y^2 = 25$

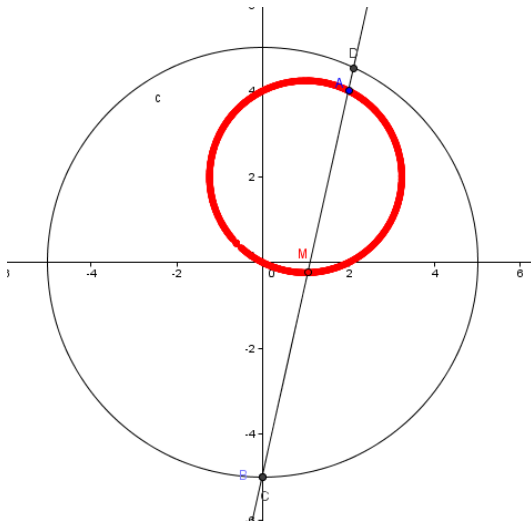
**Βήμα 2 :** Σχεδιάστε το σημείο  $A$  χρησιμοποιώντας την εντολή:  $A = (2, 4)$

**Βήμα 3:** Δημιουργήστε ένα σημείο  $B$  το οποίο να κινείται πάνω στον κύκλο. Για να το κάνετε αυτό απλώς κάντε κλικ (με την λειτουργία δημιουργίας σημείου) πάνω σε ένα σημείο της περιφέρειας του κύκλου.

**Βήμα 4:** Δημιουργήστε το σημείο  $O(0,0)$ . Δηλαδή το σημείο της αρχής των αξόνων. Για να το επιτύχετε αυτό αρκεί να κάνετε κλικ (με τη λειτουργία τομής δύο αντικειμένων) πάνω στην αρχή των αξόνων.

**Βήμα 5:** Δημιουργήστε την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία  $A$  και  $B$ .

**Βήμα 6:** Βρείτε τα σημεία τομής του κύκλου με την ευθεία  $AB$ , χρησιμοποιώντας τη λειτουργία της τομής δύο αντικειμένων (κάντε κλικ στον κύκλο και μετά στην ευθεία). Το ένα σημείο υπάρχει ήδη στο σχήμα (είναι το  $B$ ) θα προκύψει και ένα ακόμη σημείο. Ονομάστε το  $D$ .



**Βήμα 7:** Βρείτε το μέσον του  $BD$  (με τη λειτουργία του μέσου ευθ. τμήματος). Ονομάστε το  $M$ .

**Βήμα 8:** Κάντε δεξί κλικ πάνω στο  $M$  και από την επιλογή ιδιότητες δώστε του χρώμα κόκκινο. Στη συνέχεια (πάλι κάνοντας δεξί κλικ) ενεργοποιήστε την "εμφάνιση ίχνους".

**Βήμα 9:** Μετακινήστε το σημείο  $B$  γύρω-γύρω στον κύκλο. Παρατηρείστε την κίνηση του σημείου  $M$ .

- 1) Μπορείτε να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο που δημιουργείται; (δείτε το σχήμα)
- 2) Πως θα επιλύαμε το πρόβλημα αναλυτικά ακολουθώντας μια παρόμοια μεθοδολογία;

#### 2η Λύση

Ανοίξτε ένα νέο παράθυρο.

**Βήμα 1:** Σχεδιάστε τον κύκλο, πληκτρολογώντας στο πεδίο εισαγωγή την εξίσωσή του:  $x^2 + y^2 = 25$

**Βήμα 2 :** Σχεδιάστε το σημείο  $A$  χρησιμοποιώντας την εντολή:  $A = (2, 4)$

**Βήμα 3:** Δημιουργήστε ένα σημείο **B** το οποίο να κινείται πάνω στον κύκλο. Για να το κάνετε αυτό απλώς κάντε κλικ (με την λειτουργία δημιουργίας σημείου) πάνω σε ένα σημείο της περιφέρειας του κύκλου.

**Βήμα 4:** Σχεδιάστε το σημείο  $O(0,0)$  της αρχής των αξόνων.

**Βήμα 5:** Σχεδιάστε την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία  $O, B$  (με την αντίστοιχη λειτουργία του εργαλείου των ευθειών). Μέσω των επιλογών εμφανίστε την με διακεκομμένη γραμμή.

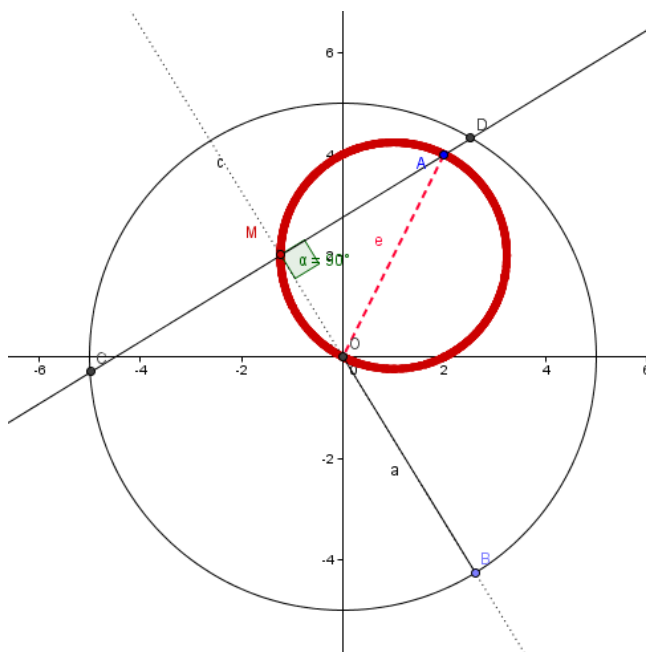
#### ΠΡΟΣΕΞΤΕ ΤΑ ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΒΗΜΑΤΑ

**Βήμα 6:** Το μέσον μιας οποιασδήποτε χορδής (που διέρχεται από το  $A$ ), μπορεί να βρεθεί με τη χρήση της ιδιότητας του **απόσπτηματος**. Για να βρούμε λοιπόν το μέσο μιας χορδής που διέρχεται από το  $A$ , αρκεί από το  $A$  να φέρουμε ευθεία **κάθετη** στην  $OB$ .

**Βήμα 7:** Η ευθεία που δημιουργείται τέμνει τον κύκλο σε δύο σημεία. Ονομάστε τα  $C$  και  $D$ .

**Βήμα 8:** Το μέσον της χορδής  $CD$  (που δημιουργήσαμε) είναι βέβαια το σημείο τομής των ευθειών  $CD$  και  $OB$ . Ονομάστε το σημείο αυτό με το γράμμα  $M$ . Επιπλέον, κάντε το  $M$  κόκκινο και ενεργοποιήστε το ίχνος του. Το  $OM$  είναι το **απόσπτημα** που αναφέραμε στο βήμα 6.

**Βήμα 9:** Μετακινήστε το σημείο  $B$  γύρω-γύρω στον κύκλο. Παρατηρήστε την κίνηση του σημείου  $M$ . Μετακινείστε το ση



#### ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

1) Με τι σχήμα μοιάζει ο γεωμετρικός τόπος που δημιουργήθηκε; (Προφανώς με κύκλο)

2) Μπορείτε να εκτιμήσετε (με εποπτικό τρόπο) το κέντρο του;

3) Παρατηρήστε τη γωνία  $OMD$ . Μπορείτε να βρείτε το μέγεθός της; Αιτιολογήστε την απάντησή σας. Επαληθεύστε την απάντησή σας με τη μέτρηση του Geogebra.

4) Με βάση το προηγούμενο ερώτημα, μπορείτε να αποδείξετε ότι πράγματι ο γεωμετρικός τόπος είναι κύκλος και να βρείτε το κέντρο του;