

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΥΘΕΙΕΣ και GEOGEBRA #1

Δραστηριότητα 1

Δίνονται τα σημεία $A(2,3)$, $B(-1,5)$ και $C(3,4)$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από την κορυφή A και το κέντρο βάρους G του τριγώνου ABC .

Θα λύσουμε το πρόβλημα χρησιμοποιώντας πρώτα το λογισμικό Geogebra. Στη συνέχεια θα βρούμε τη λύση χρησιμοποιώντας μαθηματικά. Ακολουθήστε τα βήματα του φυλλαδίου.

Μέρος Α - Geogebra

Βήμα 1.

Σχεδιάστε τα τρία σημεία στο επίπεδο του Geogebra. Για να το καταφέρετε πληκτρολογήστε στο πεδίο εισαγωγή με τις σειρά τις παρακάτω εντολές:

α) $A = (1, 3)$

β) $B = (-1, 5)$

γ) $C = (3, 4)$

δ) Σχεδιάστε το τρίγωνο ABC .

ε) Σχεδιάστε τις 3 ευθείες AB , AC , BC και δείτε τις εξισώσεις τους όπως τις υπολογίζει το λογισμικό.

Βήμα 2

Όπως ξέρουμε, το κέντρο βάρους του τριγώνου είναι το σημείο τομής των διαμέσων. Επομένως δε χρειάζεται να βρούμε ποιο ακριβώς είναι το σημείο αυτό. Αρκεί να βρούμε το μέσον M της πλευράς BC και στη συνέχεια την εξίσωση της ευθείας AM . Το G θα ανήκει σε αυτή την ευθεία.

Μπορείτε εύκολα να υπολογίσετε το μέσον M χρησιμοποιώντας το Geogebra.

Βήμα 3

Σχεδιάστε την ευθεία AM . Δείτε την εξίσωση της ευθείας που υπολογίζει το λογισμικό.

Μέρος Β - Μαθηματική Επίλυση

Βήμα 1

Ακολουθώντας το σκεπτικό που αναπτύξαμε παραπάνω, υπολογίστε τις συντεταγμένες του μέσου M της πλευράς BC , χρησιμοποιώντας τους γνωστούς (ελπίζω) τύπους $x_M = \frac{x_B + x_C}{2}$ και $y_M = \frac{y_B + y_C}{2}$.

Βήμα 2

Αφού γνωρίζετε τα σημεία A και M μπορείτε εύκολα να υπολογίσετε την εξίσωση της ευθείας. Υπολογίστε πρώτα τον συντελεστή διεύθυνσης από τον τύπο:

$$\lambda_{AM} = \frac{y_M - y_A}{x_M - x_A}$$

και στη συνέχεια την εξίσωση της ευθείας χρησιμοποιώντας τη γενική μορφή:

$$y - y_A = \lambda_{AM} (x - x_A)$$

Επαληθεύστε το αποτέλεσμα που βρήκατε με αυτό που υπολόγισε το λογισμικό Geogebra στο πρώτο μέρος της άσκησης.

Δραστηριότητα 2

Δίνονται τα σημεία $A(2,3)$, $B(-1,3)$ και $C(1/2,1)$. Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου AM . Αποδείξτε ότι είναι κάθετη στην ευθεία AB . Πώς ονομάζουμε ένα τρίγωνο που πληροί αυτήν την ιδιότητα;

Μέρος Α - Geogebra

Επιλύστε το παραπάνω πρόβλημα σε Geogebra, ακολουθώντας τα βήματα της δραστηριότητας 1.

Μέρος Β - Μαθηματική Επίλυση

Βήμα 1

Ακολουθώντας την ίδια μεθοδολογία με την δραστηριότητα 1, υπολογίστε τις συντεταγμένες του μέσου M της πλευράς BC , χρησιμοποιώντας τους τύπους $x_M = \frac{x_B + x_C}{2}$ και $y_M = \frac{y_B + y_C}{2}$.

Βήμα 2

Αφού γνωρίζετε τα σημεία A και M μπορείτε εύκολα να υπολογίσετε την εξίσωση της ευθείας. Όμως, αν ακολουθήσουμε τα βήματα της δραστηριότητας 1 (που είναι παρόμοια) και προσπαθήσουμε να υπολογίσουμε τον συντελεστή διεύθυνσης από τον τύπο:

$$\lambda_{AM} = \frac{y_M - y_A}{x_M - x_A},$$

παρατηρούμε ότι αυτό είναι αδύνατο, αφού προκύπτει ένα κλάσμα με παρονομαστή το μηδέν. Επομένως, η ευθεία που ψάχνουμε δεν είναι της μορφής $y - y_A = \lambda_{AM}(x - x_A)$, αλλά, αντίθετα, είναι κατακόρυφη (παράλληλη στον άξονα των y). Μπορείτε να βρείτε την εξίσωσή της;

Επαληθεύστε το αποτέλεσμα που βρήκατε με αυτό που υπολόγισε το λογισμικό Geogebra στο πρώτο μέρος της άσκησης.

Πως χαρακτηρίζεται τελικά το τρίγωνο που μας δίνει η άσκηση;

Δραστηριότητα 3

Δίνονται τα σημεία $A(1,2)$, $B(-1,-1)$ και $C(1,-2)$. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών AB , AC και BC , καθώς και τις εξισώσεις των διαμέσων του τριγώνου.
