

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΥΘΕΙΕΣ και GEOGEBRA #3

Δραστηριότητα 1

Να βρείτε την προβολή του σημείου $A(-1, 3)$ πάνω στην ευθεία $\varepsilon: 2x - 3y = 1$.

Θα λύσουμε το πρόβλημα χρησιμοποιώντας πρώτα το λογισμικό Geogebra. Στη συνέχεια θα βρούμε τη λύση χρησιμοποιώντας μαθηματικά.

Μέρος Α - Geogebra

- Σχεδιάστε το σημείο A και την ευθεία ε .
- Από το A φέρτε την κάθετη ευθεία στην ε . Ονομάζουμε τη νέα ευθεία δ .
- Βρείτε το σημείο τομής των δύο ευθειών. Αυτό είναι το σημείο που ψάχνουμε.

Μέρος Β - Μαθηματική Επίλυση

Βήμα 1

Βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας ε . Για να το καταφέρετε επιλύστε ως προς y την εξίσωση της ευθείας. Ο συντελεστής του x (που θα είναι στο δεύτερο μέλος) είναι ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας.

Βήμα 2

Στόχος μας είναι να βρούμε μια κάθετη ευθεία (την δ) στην ε , η οποία να διέρχεται από το A .

α) Αφού ξέρουμε τον συντελεστή διεύθυνσης της ε , μπορούμε να βρούμε τον συντελεστή διεύθυνσης της δ από τη σχέση $\lambda_\varepsilon \cdot \lambda_\delta = -1$, που ισχύει για δύο κάθετες ευθείες. Υπολογίστε το λ_δ .

β) Γνωρίζοντας τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας δ και το σημείο A από το οποίο διέρχεται, μπορούμε να βρούμε την εξίσωσή της. Χρησιμοποιήστε τον γνωστό γενικό τύπο της ευθείας $y - y_0 = \lambda(x - x_0)$.

Βήμα 3

Όπως είδαμε και στο Geogebra, το ζητούμενο σημείο είναι το σημείο τομής των ευθειών ε και δ . Επομένως, για να βρούμε το σημείο πρέπει να λύσουμε το αντίστοιχο σύστημα.

Δραστηριότητα 2

Δίνονται οι ευθείες

$$\varepsilon_1: 4x - 3y - 5 = 0 \text{ και}$$

$$\varepsilon_2: 7x + y - 10 = 0.$$


Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζουν.

Μέρος Α - Geogebra

α) Σχεδιάστε τις δύο ευθείες.

β) Βρείτε το σημείο τομής τους.

γ) Δημιουργήστε δύο νέα σημεία B και C το ένα πάνω στην ευθεία ε_1 και το άλλο πάνω στην ε_2 .

δ) Στη συνέχεια κάντε κλικ στην επιλογή  και ακολούθως κάντε κλικ διαδοχικά στα σημεία C, A, B. Με αυτό τον τρόπο κάνετε μέτρηση της γωνίας.

Μέρος Β - Μαθηματική Επίλυση

Βήμα 1

Ξέρουμε ότι κάθε ευθεία της μορφής $ax + by + c = 0$ είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{w} = (a, b)$. Γράψτε τα διανύσματα \vec{w}_1 και \vec{w}_2 που είναι κάθετα στις ε_1 και ε_2 αντίστοιχα.

Βήμα 2

Η γωνία ϕ που σχηματίζουν οι δύο ευθείες είναι ίση με τη γωνία που σχηματίζουν τα δύο διανύσματα.

Υπολογίζουμε το συνημίτονο της γωνίας δύο διανυσμάτων \vec{a}, \vec{b} από τον τύπο:

$$\cos(\phi) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}.$$

Χρησιμοποιώντας τον παραπάνω τύπο υπολογίστε τη γωνία που σχηματίζουν οι δύο ευθείες. Επαληθεύστε το αποτέλεσμα σας με τη λύση που βρήκατε με τη βοήθεια του Geogebra.

Δραστηριότητα 3

Αποδείξτε ότι τα σημεία A(-1,1), B(2,3), C(-2.5,0) είναι συνευθειακά.

Στο Geogebra η επίλυση είναι πολύ εύκολη.

Για να επιλύσουμε μαθηματικά την άσκηση ακολουθούμε τα εξής βήματα:

α) Βρίσκουμε την ευθεία που ορίζουν τα σημεία A και B.

β) Εξετάζουμε αν οι συντεταγμένες του C επαληθεύουν την εξίσωση της ευθείας αυτής.