

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΥΘΕΙΕΣ και GEOGEBRA #4α

Δραστηριότητα 1

Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1: \lambda x + (1 + \lambda)y = 2$ και $\epsilon_2: (\lambda + 1)x + (\lambda - 4)y = \lambda^2 - 5\lambda + 6$.


Να υπολογίσετε την τιμή της παραμέτρου λ , ώστε οι δύο ευθείες να είναι κάθετες.

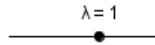
Μέρος Α - Geogebra

Ακολουθήστε τα παρακάτω βήματα προσεκτικά

α) Για να δουλέψουμε με την παράμετρο λ στο Geogebra θα χρησιμοποιήσουμε την λειτουργία του δρομέα.



Κάντε κλικ στο εικονίδιο . Στη συνέχεια κάντε κλικ σε μια ελεύθερη περιοχή στο επίπεδο του Geogebra και ονομάστε τον δρομέα με το όνομα λ (αντί για το a που έχει προεπιλεγμένο). Δημιουργήσατε ένα δρομέα. Η τιμή της παραμέτρου λ θα εξαρτάται από αυτόν τον δρομέα. Καθώς θα μετακινείτε τον δρομέα δεξιά - αριστερά, θα αλλάζει και η τιμή της παραμέτρου λ . Όπως βλέπετε η αρχική τιμή που δίνει το λογισμικό είναι $\lambda=1$ (στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ο δρομέας).




β) Γράψτε τις εξισώσεις των δύο ευθειών που δίνονται στην άσκηση ως εξής:

$$\lambda \cdot x + (1 + \lambda) \cdot y = 2$$

$$(\lambda + 1) \cdot x + (\lambda - 4) \cdot y = \lambda^2 - 5 \cdot \lambda + 6$$

Αν τα έχετε κάνει όλα σωστά θα σχεδιαστούν οι δύο ευθείες στο παράθυρό σας. Για να ξεχωρίζουν χρωματίστε μπλε την ϵ_1 και κόκκινη την ϵ_2 .




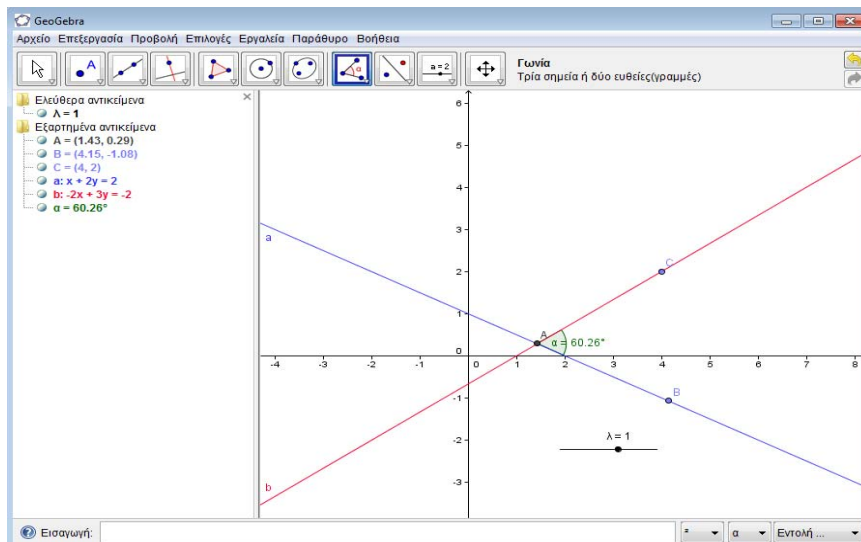
γ) Κάντε κλικ στην λειτουργία επιλογής (εικονίδιο ) και στη συνέχεια με τον δρομέα αλλάξτε τις τιμές της παραμέτρου λ μετακινώντας την κουκίδα δεξιά αριστερά. Παρατηρείστε πώς αλλάζει δυναμικά το σχήμα. Επαναφέρετε τον δρομέα στη θέση $\lambda=1$.

δ) Βρείτε το σημείο τομής των δύο ευθειών.

ε) Δημιουργήστε δύο νέα σημεία B και C το ένα πάνω στην ευθεία ϵ_1 (μπλε) και το άλλο πάνω στην ϵ_2 (κόκκινη).



στ) Στη συνέχεια κάντε κλικ στην επιλογή  και ακολούθως κάντε κλικ διαδοχικά στα σημεία B, A, C. Με αυτό τον τρόπο κάνετε μέτρηση της γωνίας BAC. Αν τα έχετε κάνει όλα σύμφωνα με τις παραπάνω οδηγίες θα βγει το παρακάτω σχήμα στην οθόνη σας.



ζ) Κάντε κλικ στην λειτουργία επιλογής ώστε να μπορείτε να μετακινήσετε τον δρομέα. Μετακινώντας την κουκίδα του δρομέα βρείτε για ποιες τιμές του λ οι δύο ευθείες γίνονται κάθετες.

Μέρος Β - Μαθηματική Επίλυση

Με το Geogebra αποκτήσαμε μια εποπτική εικόνα του προβλήματος. τώρα θα προσπαθήσουμε να το λύσουμε αναλυτικά.

Βήμα 1

Ξέρουμε ότι κάθε ευθεία της μορφής $ax + by + c = 0$ είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{w} = (a, b)$. Γράψτε τα διανύσματα \vec{w}_1 και \vec{w}_2 που είναι κάθετα στις ε_1 και ε_2 αντίστοιχα.

Βήμα 2

Για να είναι κάθετες οι δύο ευθείες ε_1 και ε_2 , θα πρέπει να είναι κάθετα και τα \vec{w}_1 και \vec{w}_2 . Ποιά σχέση πρέπει να ισχύει για να είναι κάθετα τα διανύσματα \vec{w}_1 και \vec{w}_2 ;

Βήμα 3

Βρείτε τις τιμές του λ που ικανοποιούν την σχέση που γράψατε στο παραπάνω ερώτημα. (Δηλαδή επιλύστε ως προς λ)