

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
ΕΥΘΕΙΕΣ και GEOGEBRA #4β

Δραστηριότητα 1

Δίνονται τα σημεία $A(3,0)$, $B(1,4)$ και η ευθεία $\varepsilon: 2x + y - 2 = 0$. Να βρείτε σημείο M της ε , για το οποίο το τρίγωνο MAB είναι ορθογώνιο στο M .

Μέρος Α - Geogebra

Η επίλυση του προβλήματος, ως συνήθως θα γίνει με τη βοήθεια του λογισμικού Geogebra. Ακολουθήστε προσεκτικά τα παρακάτω βήματα.

α) Σχεδιάστε στο επίπεδο του λογισμικού τα σημεία A και B .

β) Σχεδιάστε την ευθεία ε .

Τα δύο προηγούμενα βήματα είναι απλά. Ας προχωρήσουμε σε κάτι πιο δύσκολο.

Ψάχνουμε ένα σημείο M το οποίο ανήκει στην ευθεία ε . Αν υποθέσουμε ότι η τετμημένη αυτού του σημείου είναι χ (άγνωστη) τότε η τεταγμένη θα προκύπτει από την εξίσωση της ευθείας ως εξής:

$$2\chi + y - 2 = 0 \Leftrightarrow y = 2 - 2\chi.$$

Επομένως, το σημείο M που κινείται πάνω στην ευθεία ε , θα έχει συντεταγμένες $(\chi, 2 - 2\chi)$, όπου το χ είναι ο άγνωστος του προβλήματος. Θα προσπαθήσουμε να εκτιμήσουμε την τιμή του μέσω του λογισμικού και στη συνέχεια θα την υπολογίσουμε.

γ) Σχεδιάζουμε ένα δρομέα με τη βοήθεια του εικονιδίου , στον οποίο δίνουμε την ονομασία χ .


δ) Στη συνέχεια στο πεδίο εισαγωγή γράφουμε

$$M = (\chi, 2 - 2 * \chi).$$

Παρατηρείστε πώς αλλάζει θέση το σημείο M καθώς μετακινούμε τον δρομέα (δηλαδή καθώς αλλάζουμε την τιμή του αγνώστου χ).

ε) Σχεδιάστε το τρίγωνο MAB .

στ) Αφού μας ενδιαφέρει το τρίγωνο MAB να είναι ορθογώνιο στο M , θα μετρήσουμε τη γωνία

$\angle AMB$. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε τη λειτουργία μέτρησης γωνίας  κάνοντας κλικ στη συνέχεια διαδοχικά στα σημεία A, M, B .

ζ) Μετακινείτε τον δρομέα χ και παρατηρείστε την δυναμική αλλαγή του σχήματος. Για ποια τιμή του χ η γωνία γίνεται ορθή; Ποιές είναι οι συντεταγμένες του M τότε;

Μέρος Β - Μαθηματική Επίλυση

Με το Geogebra εκτιμήσαμε τις λύσεις του προβλήματος. Ας το λύσουμε τώρα και αναλυτικά. Υπάρχουν διάφοροι τρόποι να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα. Θα δούμε ίσως τον πιο απλό.

Βήμα 1

Υπολογίστε το διάνυσμα \overrightarrow{MA} , συναρτήσει του χ .

Βήμα 2

Υπολογίστε το διάνυσμα \overrightarrow{MB} , συναρτήσει του χ .

Βήμα 3

Υπολογίστε την τιμή του εσωτερικού γινομένου $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$, συναρτήσει του χ .

Βήμα 4

Αφού θέλουμε η γωνία AMB να είναι ορθή, θα πρέπει τα δύο διανύσματα να είναι κάθετα. Από εδώ προκύπτει μια σχέση για το εσωτερικό τους γινόμενο. Ποιά είναι αυτή;

Βήμα 5

Από την παραπάνω εξίσωση υπολογίστε τις τιμές του χ .