

# ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

## ΕΥΘΕΙΕΣ και GEOGEBRA #4γ

### Δραστηριότητα 1

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με κορυφές τα σημεία  $A(2,3)$ ,  $B(4,1)$  και  $C(5\lambda-1,\lambda)$ , όπου το  $\lambda$  είναι μια ελεύθερη παράμετρος  $\lambda \neq 1$ . Να αποδείξετε ότι το κέντρο βάρους του τριγώνου κινείται σε ευθεία, καθώς το  $\lambda$  μεταβάλλεται στους πραγματικούς αριθμούς.

### Μέρος Α - Geogebra

Η επίλυση του προβλήματος, ως συνήθως θα γίνει με τη βοήθεια του λογισμικού Geogebra. Ακολουθήστε προσεκτικά τα παρακάτω βήματα.

α) Σχεδιάστε στο επίπεδο του λογισμικού τα σημεία  $A$  και  $B$  (δίνοντας τις συντεταγμένες τους από το πεδίο εισαγωγή).

β) Σχεδιάζουμε ένα δρομέα με τη βοήθεια του εικονιδίου , στον οποίο δίνουμε την ονομασία  $\lambda$ .

γ) Για το σημείο  $C$  στο πεδίο εισαγωγή γράφουμε τις εξής εντολές:  $C = (5\lambda - 1, \lambda)$ . Παρατηρήστε ότι το σημείο  $C$  σας βγαίνει πάνω στο σημείο  $B$ , επειδή για την τιμή  $\lambda=1$  που έχει δώσει αρχικά το λογισμικό, το  $B$  ταυτίζεται με το  $C$ .

δ) Μετακινήστε τον δρομέα, ώστε να φανεί η διαφορά μεταξύ των σημείων  $B$  και  $C$ . Παρατηρήστε ότι το σημείο  $C$  μετακινείται, ανάλογα με την τιμή της παραμέτρου  $\lambda$ .

ε) Σχεδιάστε το τρίγωνο  $ABC$ .

στ) Για να βρούμε το κέντρο βάρους του τριγώνου, φέρνουμε δύο διαμέσους στο τρίγωνο.

Βρείτε το μέσον  $M$  του ευθ. τμήματος  $CB$  και το μέσον  $N$  του  $AC$ .

Στη συνέχεια φέρτε τις ευθείες που διέρχονται από τα  $A, M$  και  $B, N$  αντίστοιχα. Χρωματίστε τις με μπλε για να ξεχωρίζουν στο σχήμα και επιλέξτε στυλ με διακεκομμένη γραμμή.

ζ) Βρείτε το σημείο τομής των ευθειών  $AM, BN$  και ονομάστε το  $G$  (είναι το κέντρο βάρους του τριγώνου). Δώστε του κόκκινο χρώμα.

η) Μετακινήστε τον δρομέα  $\lambda$  και δείτε πώς αλλάζει δυναμικά το σχήμα.

θ) Για να δούμε πιο έντονα την κίνηση του σημείου  $G$  θα ενεργοποιήσουμε το ίχνος του. Κάντε δεξί κλικ πάνω στο σημείο  $G$  και επιλέξτε την επιλογή "ίχνος ενεργό".

ι) Μετακινείστε και πάλι τον δρομέα  $\lambda$  και παρατηρήστε την κίνηση του σημείου  $G$ . Σε τι συμπέρασμα καταλήγετε;

## Μέρος Β - Μαθηματική Επίλυση

Με το Geogebra εκτιμήσαμε τις λύσεις του προβλήματος. Ας το λύσουμε τώρα και αναλυτικά.

### Βήμα 1

Από την εφαρμογή 2 στη σελίδα 36 γνωρίζουμε οι συντεταγμένες του κέντρου βάρους ενός τριγώνου ABC δίνονται από τις σχέσεις:

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \quad \text{και} \quad y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}.$$

Εφαρμόστε τους παραπάνω τύπους στην άσκηση και βρείτε τις συντεταγμένες του G συναρτήσει του λ. Αριθμήστε τις εξισώσεις που θα προκύψουν ως 1 και 2.

### Βήμα 2

Απώτερος σκοπός μας είναι να "κατασκευάσουμε" τη σχέση που συνδέει τις συντεταγμένες x και y του σημείου G, για τις διάφορες τιμές του λ.

Για το σκοπό αυτό λύστε την εξίσωση (1) που συνδέει τα x και λ ως προς λ. Αριθμήστε τη νέα σχέση ως 3.

### Βήμα 3

Αντικαταστήστε στη σχέση 2 (που συνδέει το y με το λ) το λ χρησιμοποιώντας την εξίσωση 3. Αρκεί να ελέγξουμε ότι η εξίσωση αυτή παριστάνει ευθεία.