

Ασκήσεις**1) Να υπολογίσετε τα όρια:**

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow -2} (x^3 - 2) \quad \beta) \lim_{x \rightarrow -2} (x^3 + \sqrt{x^2 - 1}) \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x^2 - 1}{x - 1} \right) \quad \delta) \lim_{x \rightarrow 0} (x - |x^2 - 1|)$$

2) Να υπολογίσετε τα όρια

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 1}{2x^2 + 3x - 5} \right) \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^3 - 1}{x^2 - 5x + 4} \right) \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2} \right)$$
$$\delta) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3} \right)$$

3) Να υπολογίσετε τα όρια

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 9}{\sqrt{3x} - 3} \right) \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x - 3}{\sqrt{x+1} - x + 1} \right) \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} \right)$$

4) Αν γνωρίζετε ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$, να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$, όταν

$$\alpha) g(x) = 2f(x) + 1 \quad \beta) g(x) = \frac{4f(x)}{f^2(x) - 1} \quad \gamma) g(x) = |f(x) - 1|$$

5) Να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός λ για τον οποίο ισχύει:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\lambda x^2 + (2 - \lambda)x - 2}{2 - x} = 2 \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\lambda x^2 + (2 - \lambda)x - 2}{x - 1} = 20$$

6) Αν ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 1} (2f(x) + 3x^2 - 2x + 1) = 7$, να αποδείξετε ότι υπάρχει το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, το οποίο και να υπολογίσετε.**7) Αν $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x-1)^2} = 3$ και $\lim_{x \rightarrow 1} (g(x)(x^3 - 3x + 2)) = 2$, να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x)g(x))$.****8) Να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός a ώστε να είναι συνεχής η συνάρτηση:**

$$\alpha) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1}, & x < 1 \\ a, & x \geq 1 \end{cases} \quad \beta) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}, & 0 \leq x < 1 \\ a, & x \geq 1 \end{cases}, \quad \gamma) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{x^2 - 1}, & x < 1 \\ ax, & x \geq 1 \end{cases}$$

9) Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής σε κάθε πραγματικό αριθμό και για κάθε $x \neq 1$ ισχύει η σχέση $x^2(xf(x) - 1) = f(x) - 1$, να βρεθεί η τιμή $f(1)$.