ΦΥΛΛΑΔΙΟ 07

<u>ΜΑΘΗΜΑ:</u> Μαθηματικά & Στοιχεία Στατιστικής
<u>ΤΑΞΗ:</u> Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
<u>ΥΛΗ:</u> Πιθανότητες

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Να γράψετε το δειγματικό χώρο των παρακάτω πειραμάτων.

i) ρίχνουμε ένα νόμισμα δύο φορές

ii) ρίχνουμε ένα νόμισμα τρεις φορές

iii) ρίχνουμε ένα νόμισμα μέχρι να φέρουμε γράμματα (Γ), αλλά το πολύ τέσσερείς φορές

iv) ρίχνουμε ένα ζάρι δύο φορές

2) Ρίχνουμε ένα νόμισμα μέχρι να φέρουμε δύο φορές κεφαλή (Κ) αλλά μέχρι 5 φορές. Να γράψετε το δειγματικό χώρο του πειράματος.

3) Αν Α, Β και Γ είναι ενδεχόμενα ενός πειράματος τύχης να αποδείξετε ότι:

i) $\left(A \cap B\right)' = A' \cap B'$ και ii) $\left(A \cup B \cup \Gamma\right)' = A' \cap B' \cap \Gamma'$

4) Έστω Α και Β δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου. Να αποδείξετε ότι:

α) τα ενδεχόμενα $A' \cup B$ και $A \cap B'$ είναι αντίθετα

β) τα ενδεχόμενα $A' \cup B$ και $A \cap B$ είναι ασυμβίβαστα

5) Δύο ομάδες του μπάσκετ δίνουν αγώνες και νικήτρια είναι εκείνη που θα κερδίσει τρία παιχνίδια. Να κατασκευάσετε κατάλληλο δενδροδιάγραμμα και να γράψετε το δειγματικό χώρο του πειράματος.

6) Αν Α, Β και Γ είναι τρία ενδεχόμενα ενός πειράματος τύχης, να αποδείξετε ότι:

i) $\left(A \cap B'\right) \cup B = B$ ii) $\left(A \cap B\right) \cap A' = B \cap A'$

iii) $\left(A \cap B\right) \cap \left(A \cap B'\right) = \varnothing$ iv) $\left(A \cap B'\right) \cup \left(B \cap A'\right) = \left(A \cup B\right) \cap \left(A \cap B'\right)$

7) Έστω Α και Β δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου. Να αποδείξετε ότι:

i) τα ενδεχόμενα $A' \cup B$ και $A \cap B'$ είναι αντίθετα

ii) τα ενδεχόμενα $A' \cup B$ και $A \cap B$ είναι ασυμβίβαστα

8) Δύο ομάδες α και β παίζουν βόλεϊ και συμφωνούν να κερδίσει το παιχνίδι εκείνη η ομάδα που θα κινήσει σε δύο συνεχόμενα σετ ή εκείνη που θα πάρει το 5^{o} σετ. Να γράψετε το δειγματικό χώρο και τα ενδεχόμενα:

Α: κερδίζει η ομάδα α,

Β: κερδίζει η ομάδα β

9) Έστω ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$ και τα ενδεχόμενα $A = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$,

$B = \{\omega_3, \omega_4\}$ με $P(B) = \frac{1}{2}$ και $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$

α) Να υπολογίσετε την P(A)

β) Αν $P(\omega_1) = 2P(\omega_2)$, να βρείτε τις $P(\omega_1)$ και $P(\omega_2)$

10) Στον τελικό του πρωταθλήματος μπάσκετ συμμετέχουν 4 ομάδες και είναι γνωστό ότι η $1^η$ ομάδα έχει διπλάσια πιθανότητα να πάρει το πρωτάθλημα από ότι η $2^η$ και τετραπλάσια πιθανότητα να πάρει το πρωτάθλημα από ότι η $3^η$ ομάδα, ενώ η $4^η$ ομάδα έχει 20% μεγαλύτερη πιθανότητα να κερδίσει το πρωτάθλημα από ότι η $3^η$ ομάδα.

Ποια είναι η πιθανότητα κάθε ομάδας να κερδίσει το πρωτάθλημα;

11) Η πιθανότητα να λύσει ένας μαθητής κάποιο πρόβλημα είναι διπλάσια από την πιθανότητα να μην το λύσει. Να υπολογιστεί η πιθανότητα να λύσει ο μαθητής το πρόβλημα.

12) Αν $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ και $P(B') = \frac{2}{3}$, να βρείτε τις:

$P(A), P(B), P((A \cap B)')$, $P(A' \cap B)'$, $P(A' \cup B')$ και $P(B \cap A')$.

13) Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω, να αποδείξετε ότι:

α) $P(A \cap B) \leq P(A) \leq P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$.

β) Αν $P(A) + P(B) > 1$, τότε τα Α, Β δεν είναι ασυμβίβαστα.

14) Αν για τα ενδεχόμενα Α και Β είναι $P(A) = \frac{1}{4}$ και $P(B) = \frac{2}{5}$, να βρείτε την ελάχιστη και τη μέγιστη τιμή των πιθανοτήτων:

i) $P(A \cap B)$ ii) $P(A \cup B)$

15) Αν ρίξουμε 2 ζάρια, τι είναι πιθανότερο να φέρουμε άθροισμα 7 ή άθροισμα 6;

16) Ένα αυτοκίνητο χαλάει κατά 40% από βλάβη μηχανής, 30% από αμέλεια του οδηγού, 15% από βλάβη μηχανής και αμέλεια οδηγού και ακόμα χαλάει από διάφορες άλλες αιτίες. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων.

i) το αυτοκίνητο χαλάει από βλάβη μηχανής ή από αμέλεια του οδηγού

ii) το αυτοκίνητο χαλάει μόνο από βλάβη μηχανής

iii) το αυτοκίνητο χαλάει μόνο από βλάβη μηχανής ή μόνο από αμέλεια του οδηγού

17) Σε μία τάξη 28 μαθητών, οι 12 έχουν καλή επίδοση στα Μαθηματικά, οι 8 έχουν καλή επίδοση στη Χημεία και οι 6 έχουν καλή επίδοση και στα δύο μαθήματα. Αν πάρουνε στην τύχη ένα μαθητή της τάξης, να βρεθεί η πιθανότητα να μην έχει καλή επίδοση ούτε στα Μαθηματικά, ούτε στη Χημεία.

18) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = ax^2 - 5x + 3$, όπου ακέραιος με $|a| \leq 1997$. Να βρείτε τη συχνότητα των ενδεχομένων.

Α: η $f(x)$ έχει ελάχιστο και Β: η $f(x)$ έχει μέγιστο

Είναι αντίθετα τα ενδεχόμενα Α και Β;

19) Ένα κιβώτιο έχει 5 λάμπες, από τις οποίες οι 3 είναι ελαττωματικές. Ελέγχουμε τη μια μετά την άλλη χωρίς επανατοποθέτηση μέχρι να βρούμε όλες τις ελαττωματικές. Ποια είναι η πιθανότητα να βρούμε τις 3 ελαττωματικές με 4 δοκιμές;

20) Ένα εργοστάσιο παράγει ένα είδος μηχανήματος και από τον ποιοτικό έλεγχο που έγινε διαπιστώθηκε ότι στο 100 μηχανήματα:

- Τα 5 δε λειτουργούν
- Τα 7 έχουν άλλο ελάττωμα
- Τα 2 δε λειτουργούν και έχουν και άλλο ελάττωμα.

Αν επιλέξουμε τυχαία ένα μηχάνημα, ποια είναι η πιθανότητα να μην λειτουργεί, αλλά να μην έχει άλλο ελάττωμα;

21) Ρίχνουμε ένα ζάρι 2 φορές και οι ενδείξεις που προκύπτουν καθορίζουν τους συντελεστές λ και μ της δευτεροβάθμιας εξίσωσης:

$$\lambda x^2 + 4x + \mu = 0 .$$

Να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

α) οι ρίζες της εξίσωσης είναι πραγματικές,

β) η εξίσωση δεν έχει καμία πραγματική ρίζα.

22) Μια βιομηχανία κατασκευάζει τηλεοράσεις και από έλεγχο που έγινε διαπιστώθηκαν τα εξής:

- 9% των συσκευών παρουσιάζουν ένα ελάττωμα E_1
- 16% των συσκευών παρουσιάζουν ένα ελάττωμα E_2
- 5% των συσκευών παρουσιάζουν και τα δύο ελαττώματα.

Παίρνουμε στην τύχη μια συσκευή τηλεόρασης. Να βρείτε την πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:

α) η συσκευή έχει ένα τουλάχιστον ελάττωμα

β) η συσκευή έχει μόνο ένα ελάττωμα

γ) η συσκευή δεν έχει κανένα ελάττωμα

δ) η συσκευή μπορεί να δοθεί για πώληση, αν είναι γνωστό ότι το 90% των συσκευών που έχουν μόνο ένα ελάττωμα μπορούν να διορθωθούν.