

Φύλλο Εργασίας

Μάθημα: Κανόνες Παραγώγισης

Δραστηριότητα 1 (Κανόνας Γραμμικότητας)

Να υπολογίσετε τις παραγώγους των συναρτήσεων:

i) $f(x) = 4x^2 - 3x$

ii) $f(x) = 5\ln(x) - \frac{\sqrt{x}}{2}$

iii) $f(x) = e^x - 2\eta\mu(x)$

iv) $f(x) = \frac{x^4}{3} - 3x^2 + \frac{2}{x}$

v) $f(x) = 7x^2 - 2\sigma\upsilon\nu(x) + 4$

vi) $f(x) = 3e^x + \frac{1}{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}$

vii) $f(x) = 5\sqrt{x} - 2\sigma\upsilon\nu(x) + 5$

viii) $f(x) = \sqrt[3]{x} - e^x + \eta\mu(x)$

ix) $f(x) = 4\ln(x) - \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}} + 3e^x$

Σπάμε τα αθροίσματα και βγάζουμε τους αριθμούς έξω, όπως στα παραδείγματα.

i) $f'(x) = (4x^2 - 3x)' = 4(x^2)' - 3(x)' = 8x - 3.$

ii) $f'(x) = \left(5\ln(x) - \frac{\sqrt{x}}{2}\right)' = 5(\ln(x))' - \frac{(\sqrt{x})'}{2} = \frac{5}{x} - \frac{1}{4\sqrt{x}}$

iii) $f'(x) = (e^x - 2\eta\mu(x))' = (e^x)' - 2(\eta\mu(x))' = e^x - 2\sigma\upsilon\nu(x)$

Κάντε τα υπόλοιπα στο τετράδιό σας.

Δραστηριότητα 2 (Κανόνας Γινομένου)

Να υπολογίσετε τις παραγώγους των συναρτήσεων:

i) $f(x) = x \cdot e^x$

ii) $f(x) = 4x^2 \cdot \eta\mu(x)$

iii) $f(x) = 2e^x \cdot \ln(x)$

iv) $f(x) = \sqrt{x} \cdot e^x$

v) $f(x) = \eta\mu(x) \cdot \ln(x)$

vi) $f(x) = 3x^2 \ln(x)$

vii) $f(x) = \sqrt{x} \cdot \sigma\upsilon\nu(x)$

viii) $f(x) = 5x^3 \cdot e^x$

ix) $f(x) = \ln(x) \cdot (1 - \sigma\upsilon\nu(x))$

Χρησιμοποιούμε τον κανόνα: $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$, όπως στα παραδείγματα:

i) $f'(x) = (x \cdot e^x)' = (x)'e^x + x(e^x)' = e^x + xe^x.$

ii) $f'(x) = (4x^2 \eta\mu(x))' = (4x^2)' \eta\mu(x) + 4x^2 (\eta\mu(x))' = 8x \eta\mu(x) + 4x^2 \sigma\upsilon\nu(x)$

Κάντε τα υπόλοιπα στο τετράδιό σας.

Δραστηριότητα 3 (Κανόνας Πηλίκου)

Να υπολογίσετε τις παραγώγους των συναρτήσεων:

$$\text{i) } f(x) = \frac{x^2}{x+2}$$

$$\text{ii) } f(x) = \frac{\ln(x)}{x^2-1}$$

$$\text{iii) } f(x) = \varepsilon\phi(x) = \frac{\eta\mu(x)}{\sigma\upsilon\nu(x)}$$

$$\text{iv) } f(x) = \frac{e^x}{\eta\mu(x)}$$

$$\text{v) } f(x) = \frac{x+e^x}{x+1}$$

$$\text{vii) } f(x) = \frac{\ln(x)-3x^2}{x}$$

$$\text{viii) } f(x) = \frac{x^2 - \sigma\upsilon\nu(x)}{e^x}$$

$$\text{ix) } f(x) = \frac{\sqrt{x}+3x^2}{2x-1}$$

$$\text{x) } f(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$$

Χρησιμοποιούμε τον κανόνα: $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$, όπως στα παραδείγματα:

$$\text{i) } (f(x))' = \left(\frac{x^2}{x+2}\right)' = \frac{(x^2)'(x+2) - x^2(x+2)'}{(x+2)^2} = \frac{2x(x+2) - x^2}{(x+2)^2} = \frac{2x^2 + 4x - x^2}{(x+2)^2} = \frac{x^2 + 4x}{(x+2)^2}$$

$$\text{ii) } f'(x) = \left(\frac{\ln(x)}{x^2-1}\right)' = \frac{(\ln(x))'(x^2-1) - \ln(x)(x^2-1)'}{(x^2-1)^2} = \frac{\frac{1}{x}(x^2-1) - \ln(x)2x}{(x^2-1)^2} = \frac{(x^2-1) - 2x^2 \ln(x)}{x(x^2-1)^2}$$

Κάντε τα υπόλοιπα στο τετράδιό σας.

Δραστηριότητα 4 (Κανόνας Αλυσίδας)

Να υπολογίσετε τις παραγώγους των συναρτήσεων:

$$\text{i) } h(x) = (2x-1)^4$$

$$\text{ii) } h(x) = \eta\mu(x^2)$$

$$\text{iii) } h(x) = \eta\mu^2(x)$$

$$\text{iv) } h(x) = \ln(2x)$$

$$\text{v) } h(x) = e^{2x}$$

$$\text{vi) } h(x) = \sqrt{2x^3 - 5x}$$

$$\text{vii) } h(x) = e^{x^2}$$

$$\text{viii) } h(x) = \sqrt{1-e^x}$$

$$\text{ix) } h(x) = \eta\mu(\sqrt{2x-1})$$

Χρησιμοποιούμε τον κανόνα: $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$, όπως στα παραδείγματα:

i) $h(x) = (2x-1)^4$. Θέτοντας $f(x) = x^4$ και $g(x) = 2x-1$, έχουμε ότι $h(x) = f(g(x))$. Επομένως,

$$h'(x) = \left((2x-1)^4\right)' = 4(2x-1)^3 \cdot (2x-1)' = 4(2x-1)^3 \cdot 2 = 8(2x-1)^3$$

ii) Θέτοντας $f(x) = \eta\mu(x)$ και $g(x) = x^2$, έχουμε ότι $h(x) = f(g(x))$. Επομένως,

$$h'(x) = (\eta\mu(x^2))' = \sigma\upsilon\nu(x^2) \cdot (x^2)' = \sigma\upsilon\nu(x^2) \cdot 2x = 2x\sigma\upsilon\nu(x^2).$$