

Φύλλο Εργασίας

Μάθημα: ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ 1

Δραστηριότητα 1

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας και τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 5.$$

Βήμα 1 (αφού βρούμε Πεδίο ορισμού κλπ)

Υπολογίζουμε την παράγωγο της συνάρτησης: $f'(x) =$

Βήμα 2

Επειδή η παράγωγος είναι ένα απλό πολυώνυμο (πρώτου βαθμού) βρίσκουμε τις ρίζες του.

Βήμα 3

Συμπληρώνουμε τον παρακάτω πίνακα και απαντάμε στην άσκηση.

	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$			
$f(x)$			

Δραστηριότητα 2

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας και τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 6x + 2012.$$

Ακολουθούμε την ίδια διαδικασία. Αυτή τη φορά η παράγωγος είναι ένα τριώνυμο, του οποίου βρίσκουμε τις ρίζες και συμπληρώνουμε τον παρακάτω πίνακα χρησιμοποιώντας τους κανόνες από το πρόσημο τριωνύμου.

	$-\infty$			$+\infty$
$f'(x)$				
$f(x)$				

Δραστηριότητα 3

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας και τα τοπικά ακρότατα των συναρτήσεων

α) $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 8x + 5$, β) $f(x) = -x^3 + 3x$ γ) $f(x) = \frac{x^4}{4} - x^3 - \frac{x^2}{2} + 3x - 5$,

Στην περίπτωση που η παράγωγος είναι πολυώνυμο 3ου βαθμού και άνω, τότε με διαδοχικά σχήματα Horner, παραγοντοποιούμε το πολυώνυμο και μετά (αφού βρούμε τις ρίζες κάθε παράγοντα) συμπληρώνουμε τον αντίστοιχο πίνακα. Για παράδειγμα στο ερώτημα γ, μετά την παραγοντοποίηση η παράγωγος θα σας βγει: $f'(x) = (x-3)(x^2-1)$, οπότε θα συμπληρώσετε αυτόν τον πίνακα:

$x-3$				
x^2-1				
$f'(x)$				
$f(x)$				

Δραστηριότητα 4

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας και τα τοπικά ακρότατα των συναρτήσεων

α) $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ β) $f(x) = \frac{x^4}{x^3-1}$ γ) $f(x) = x\sqrt{x-1}$

Σε αυτές τις ασκήσεις η παράγωγος είναι πηλίκo (ή γινόμενο με ρίζες στο ερώτημα γ). Στην πρώτη περίπτωση, σχηματίζουμε πίνακα προσήμων των παραγόντων του πηλίκου, ενώ στη δεύτερη πίνακα προσήμων των παραγόντων του γινομένου, λαμβάνοντας υπ' όψη ότι οι ρίζες είναι παντού θετικές.

Δραστηριότητα 5

Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας και τα τοπικά ακρότατα των συναρτήσεων

α) $f(x) = xe^x$ β) $f(x) = \sqrt{x}e^x$ γ) $f(x) = x\ln(x)$ δ) $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$

Σε ασκήσεις που δεν έχουμε απλά πολυώνυμο, αναγκαστικά βρίσκουμε το πρόσημο των παραγώγων λύνοντας τις αντίστοιχες ανισώσεις.